

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Могилевский государственный университет продовольствия»

Кафедра прикладной механики и инженерной графики



ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания, задания и примеры решения задач
по разделам «Теоретическая механика» и «Сопротивление материалов»
для студентов специальностей

1-49 01 01 Технология хранения и переработки пищевого растительного сырья

1-49 01 02 Технология хранения и переработки животного сырья

Могилев
МГУП
2017

УДК 621.01
ББК 22.2

Рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании кафедры
прикладной механики и инженерной графики

Протокол № 9 от 19.04.2017 г.

Составитель
к. т. н., доцент Харкевич В. Г.

Рецензент
к. т. н., доцент Киркор М. А.

УДК 621.01
ББК 22.2

© Учреждение образования
«Могилевский государственный
университет продовольствия», 2017

Содержание

Введение.....	4
1 Содержание заданий, выбор вариантов, порядок выполнения и оформления работ.....	4
2 Задания по разделу «Теоретическая механика».....	5
2.1 Статика.....	5
2.2 Кинематика.....	8
3 Задания по разделу «Сопротивление материалов».....	14
3.1 Растяжение и сжатие.....	14
3.2 Кручение.....	14
4 Примеры решения по разделу «Теоретическая механика».....	17
5 Примеры решения по разделу «Сопротивление материалов».....	25
6 Номера вариантов заданий по разделу «Сопротивление материалов».....	31

Введение

Настоящие методические указания, задания и примеры решения разработаны для студентов специальностей 1-49 01 01 Технология хранения и переработки пищевого растительного сырья и 1-49 01 02 Технология хранения и переработки животного сырья.

Методические указания предназначены для проведения практических занятий, а также для выполнения расчетно-графических и самостоятельных работ студентами как дневной, так и заочной форм обучения.

Методические указания включают задания и примеры решения по дисциплине «Прикладная механика» по разделам «Теоретическая механика» и «Сопrotивление материалов». Раздел «Теоретическая механика» содержит задания и примеры решения по темам статика и кинематика, а раздел «Сопrotивление материалов» – по темам растяжение (сжатие) и кручение.

1 Содержание заданий, выбор вариантов, порядок выполнения и оформления работ

К каждой задаче даются соответствующие рисунки и таблица. Таблица содержит дополнительные к условию текста задачи данные. Задача, рисунок и таблица, относящиеся к одной теме задания, имеют одинаковый индекс. Например, к теме *статика* относятся *задача С, рисунок С и таблица С*.

Выбор варианта задания в разделах «Теоретическая механика» и «Сопrotивление материалов» отличается. В разделе «Теоретическая механика» студент во всех задачах выбирает номер схемы из соответствующего рисунка по предпоследней цифре шифра, а номер условия из таблицы – по последней. Например, если шифр оканчивается числом 69, то выбираем из соответствующего рисунка схему 6, а из таблицы номер условия 9. В разделе «Сопrotивление материалов», ввиду большего разнообразия схем и вариантов условий, номер варианта задания выдает преподаватель, согласно которому студент из таблицы, представленной в разделе 6 настоящих методических указаний, выбирает соответствующую схему рисунка и вариант из таблицы. *Примечание* – Преподавателем может быть представлена другая методика выбора варианта задания.

Оформление работ должно быть выполнено строго в соответствии с СТП СМК 4.2.3-01-2011 «Общие требования и правила оформления учебных текстовых документов».

Каждую задачу необходимо начинать с нового листа либо страницы. Сверху указывается тема и тип задачи, далее вычерчивается *исходная схема* с указанием заданных силовых либо кинематических и др. параметров и кратко записывается, что в задаче дано и что требуется определить (**текст задачи не переписывать**). Далее непосредственно уже в решении задачи вычерчивается *расчетная схема*, чертёж которой **обязательно выполняется в масштабе** с учётом условия заданного варианта задачи. Все углы, действующие силы, число тел и т.д. и их взаимное расположение на чертеже должны

соответствовать условию решаемой задачи. В задачах раздела «Сопротивление материалов» с учетом специфики расчета допускается расчетную схему совмещать с исходной.

Чертеж схемы должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны давать возможность ясно и четко показывать все нагрузки, вектора скоростей и ускорений и др., т.е. он должен легко читаться, а символичные обозначения, изображенные на нем, должны соответствовать таковым в расчетах.

Расчетные схемы или механизмы, изображаемые на чертеже, должны четко выделяться из общего построения, а не сливаться с ним. Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и т.д.) и подробно излагать весь ход расчётов. В конце решения каждой задачи должны быть даны ответы. На каждой странице либо листе следует оставлять поля для замечаний, а сами листы должны быть пронумерованы.

Работы, не отвечающие перечисленным требованиям, не рецензируются и возвращаются на доработку.

Работа, представленная на повторную проверку, должна обязательно прилагаться с замечаниями рецензента. Если замечания незначительные, то допускается выполнять работу над ошибками в конце самой работы. Отдельно от работы исправления не рассматриваются.

На экзамене или зачёте необходимо представить зачтённые по данному разделу курса работу, в которой все отмеченные рецензентом замечания должны быть устранены.

Необходимо помнить, что приведенные в методических указаниях решенные задачи не являются примерами оформления, а предназначены только для более полного понимания и представления методики и хода расчета, построения расчетных схем, эпюр и т.п.

2 Задания по разделу «Теоретическая механика»

2.1 Статика

Задача С


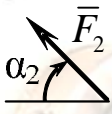
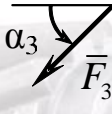
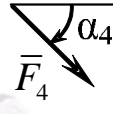
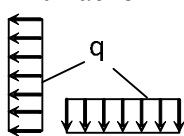
Жесткая рама (рисунок С) закреплена в точке A шарнирно, а в точке B прикреплена или к невесомому стержню BB_1 (стержень прикреплен к раме и к неподвижной опоре шарнирами) или к шарнирной опоре на катках.

На раму действует пара сил с моментом $M = 60$ Н·м, равномерно распределенная нагрузка интенсивности $q = 20$ Н/м и две силы, значения, направления и точки приложения которых указаны в таблице С. В этой же таблице в столбце «Участок» указан вид, направление и место приложения распределенной нагрузки.

Определить и показать на расчетной схеме полные реакции связей в точках A и B , вызываемые заданными нагрузками. При окончательных подсчетах принять $\ell = 0,5$ м.

Указания. Задача С – на равновесие тела под действием плоской системы сил. При составлении уравнения моментов сил за центр моментов желательно взять точку, в которой пересекаются линии действия двух неизвестных сил реакций связей (на всех схемах данной задачи – это точка А). В этом случае уравнение моментов будет более простым. Для простоты вычисления момента силы \vec{F} относительно выбранного центра предпочтительно разложить ее на составляющие параллельные координатным осям.

Таблица С – Числовые данные к задаче С

Сила					Участок 				
	$F_1 = 10 \text{ Н}$	$F_2 = 10 \text{ Н}$	$F_3 = 10 \text{ Н}$	$F_4 = 10 \text{ Н}$					
Номер условия	Точка приложения	a_1^0	Точка приложения	a_2^0	Точка приложения	a_3^0	Точка приложения	a_4^0	
0	–	–	D	60	–	–	H	30	BC
1	E	30	–	–	H	60	–	–	CK
2	K	30	–	–	–	–	H	60	CH
3	D	60	–	–	H	30	–	–	CK
4	–	–	E	30	–	–	K	60	BC
5	–	–	K	60	–	–	E	30	CH
6	H	30	–	–	D	45	–	–	CK
7	–	–	E	45	–	–	H	60	BC
8	D	30	–	–	K	60	–	–	CH
9	–	–	H	60	–	–	E	30	CK

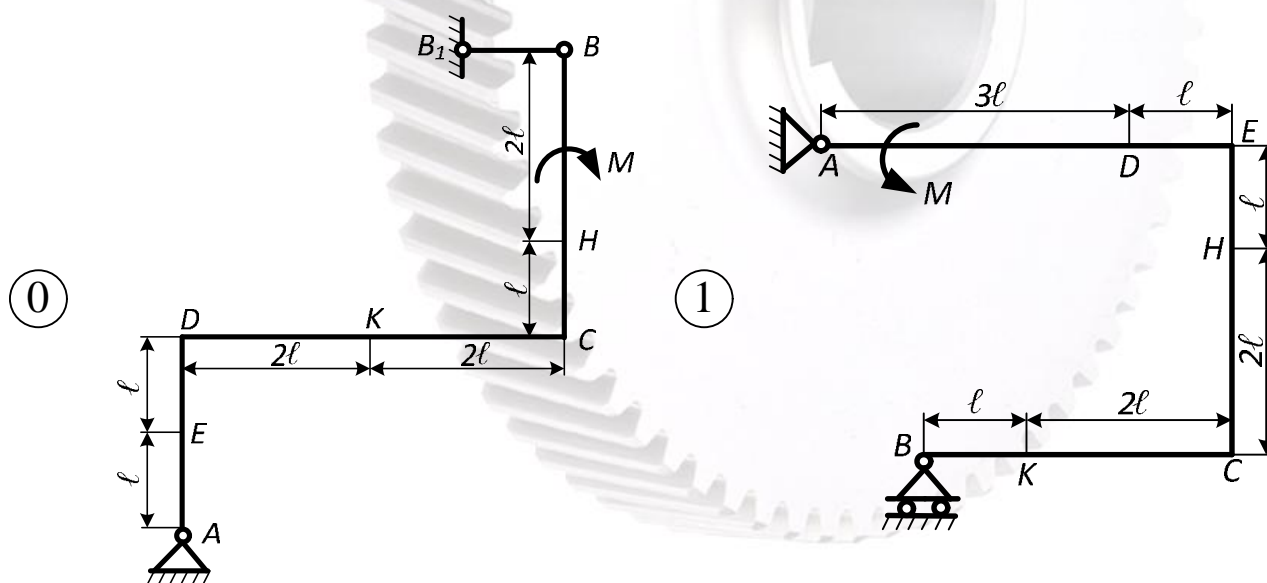
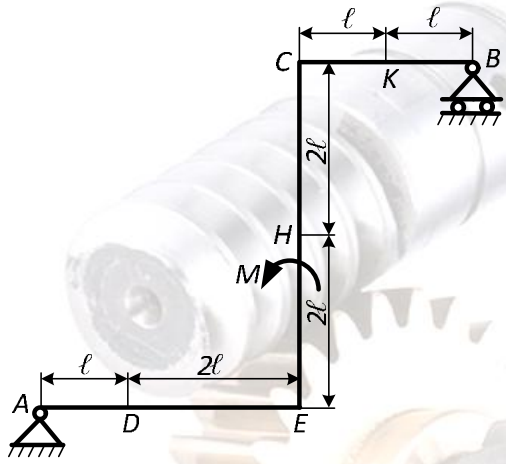
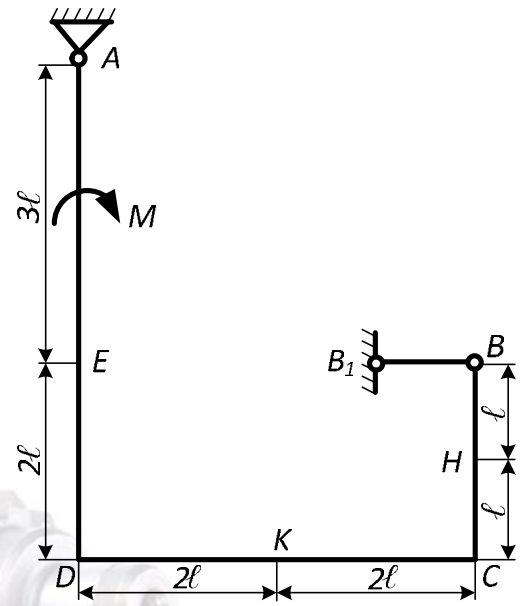


Рисунок С – Расчетные схемы к задаче С, лист 1

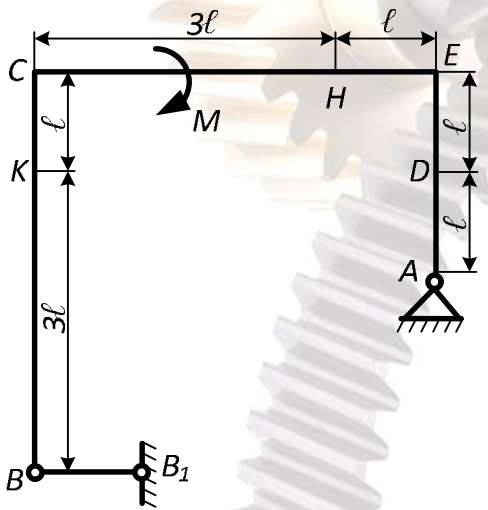
2



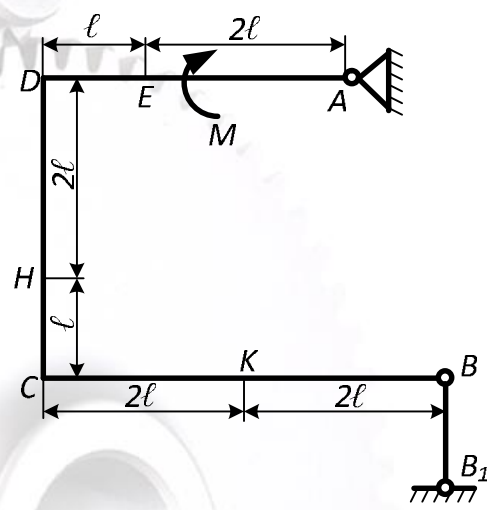
3



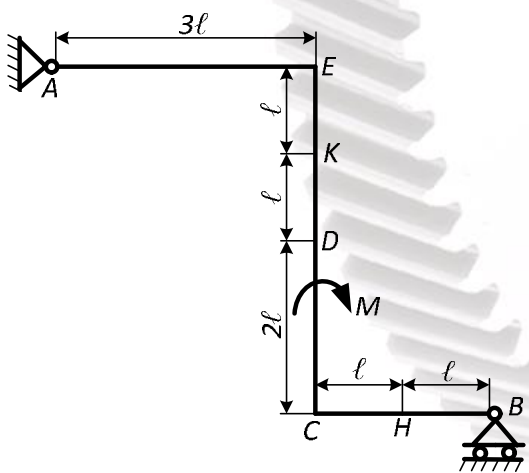
4



5



6



7

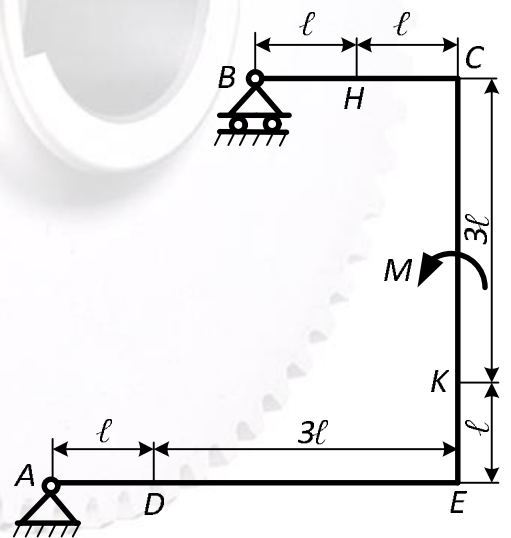


Рисунок С, лист 2

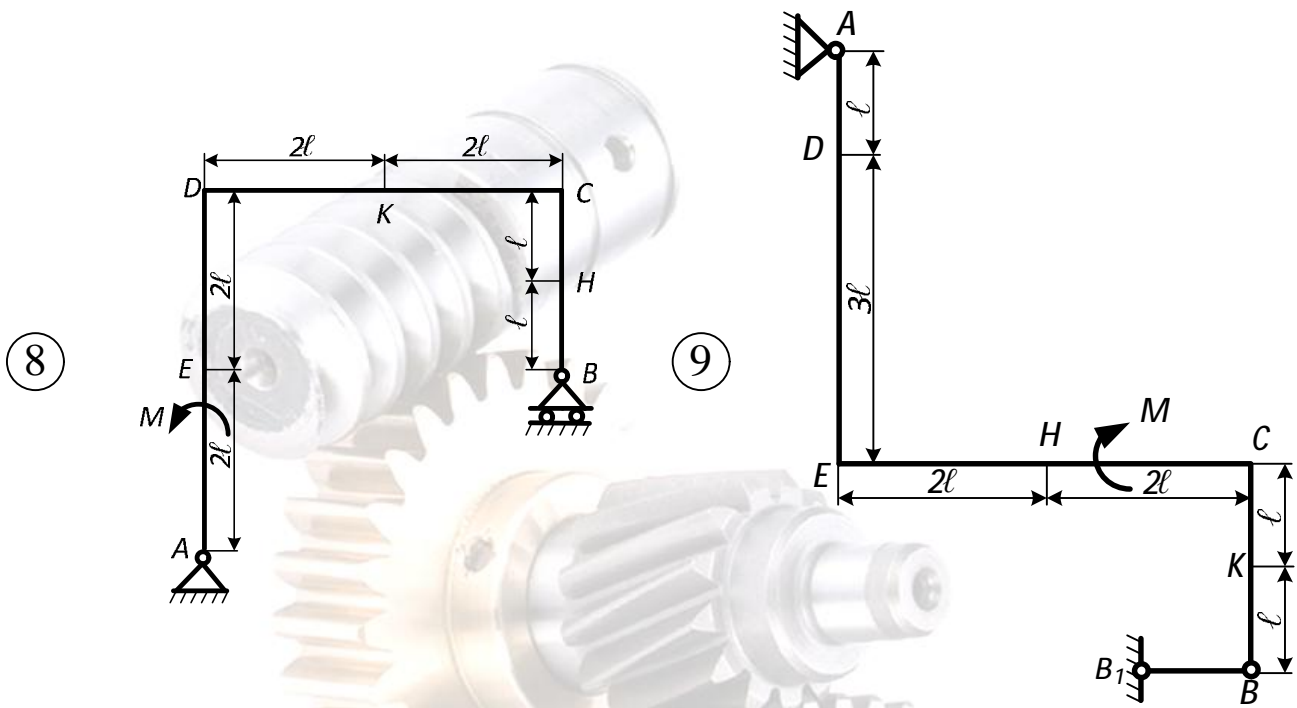


Рисунок С, лист 3

2.2 Кинематика

Задача К1

Плоский механизм состоит из стержней 1-4 и ползуна B , соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1 и O_2 шарнирами (рисунок К1). Длины стержней: $l_1=0,4\text{м}$, $l_2 = 1,2\text{м}$, $l_3 = 1,4\text{м}$, $l_4 = 0,8\text{м}$. Положение механизма определяется углами α , β , γ , δ , ϵ , ζ , η , θ , φ , которые вместе с другими величинами заданы в таблице К1. Точка D на всех схемах и точка K на схемах 0, 1, 9 рисунка К1 находятся в середине соответствующего стержня. Определить численно и показать на схеме направление угловых скоростей каждого звена и линейные скорости всех указанных точек механизма. Найти также численное значение и показать на схеме вектор ускорения \vec{a}_A точки A стержня 1, если стержень 1 имеет в данный момент времени угловое ускорение $\epsilon_1 = 10\text{рад} / \text{с}^2$.

Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа должны откладываться соответствующие углы, т.е. по ходу или против хода часовой стрелки. Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α . Заданную угловую скорость считать направленной против хода часовой стрелки, а заданную скорость V_B – от точки B к b .

Указания. Задача К1 – на исследование плоскопараллельного движения твердого тела. При ее решении для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев следует воспользоваться теоремой о проекциях скоростей двух точек тела и понятием о мгновенном центре скоростей.

Таблица К1 – Числовые данные к задаче К1

Номер условия	Углы					Дано		
	α^0	β^0	ϑ^0	φ^0	φ^0	ω_1 , рад/с	ω_4 , рад/с	V_B , м/с
0	30	120	120	60	0	4	–	–
1	0	60	30	120	0	–	–	6
2	30	150	120	60	0	2	–	–
3	60	60	60	120	90	–	3	–
4	0	120	120	60	0	–	–	10
5	90	120	90	60	90	3	–	–
6	0	150	30	60	0	–	4	–
7	60	150	120	30	90	–	–	8
8	30	120	30	60	0	5	–	–
9	90	150	120	30	90	–	5	–

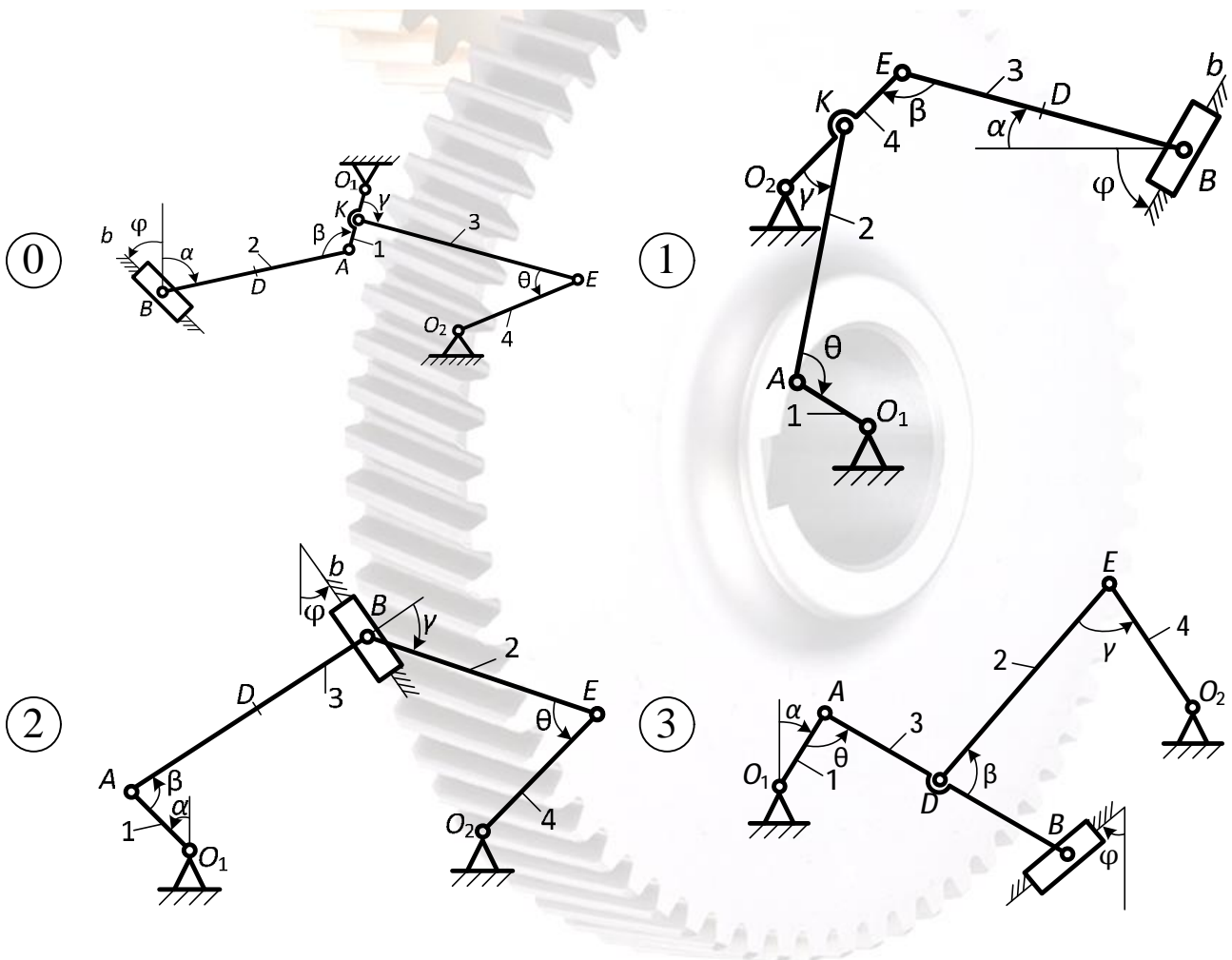


Рисунок К1 – Расчетные схемы к задаче К1, лист 1

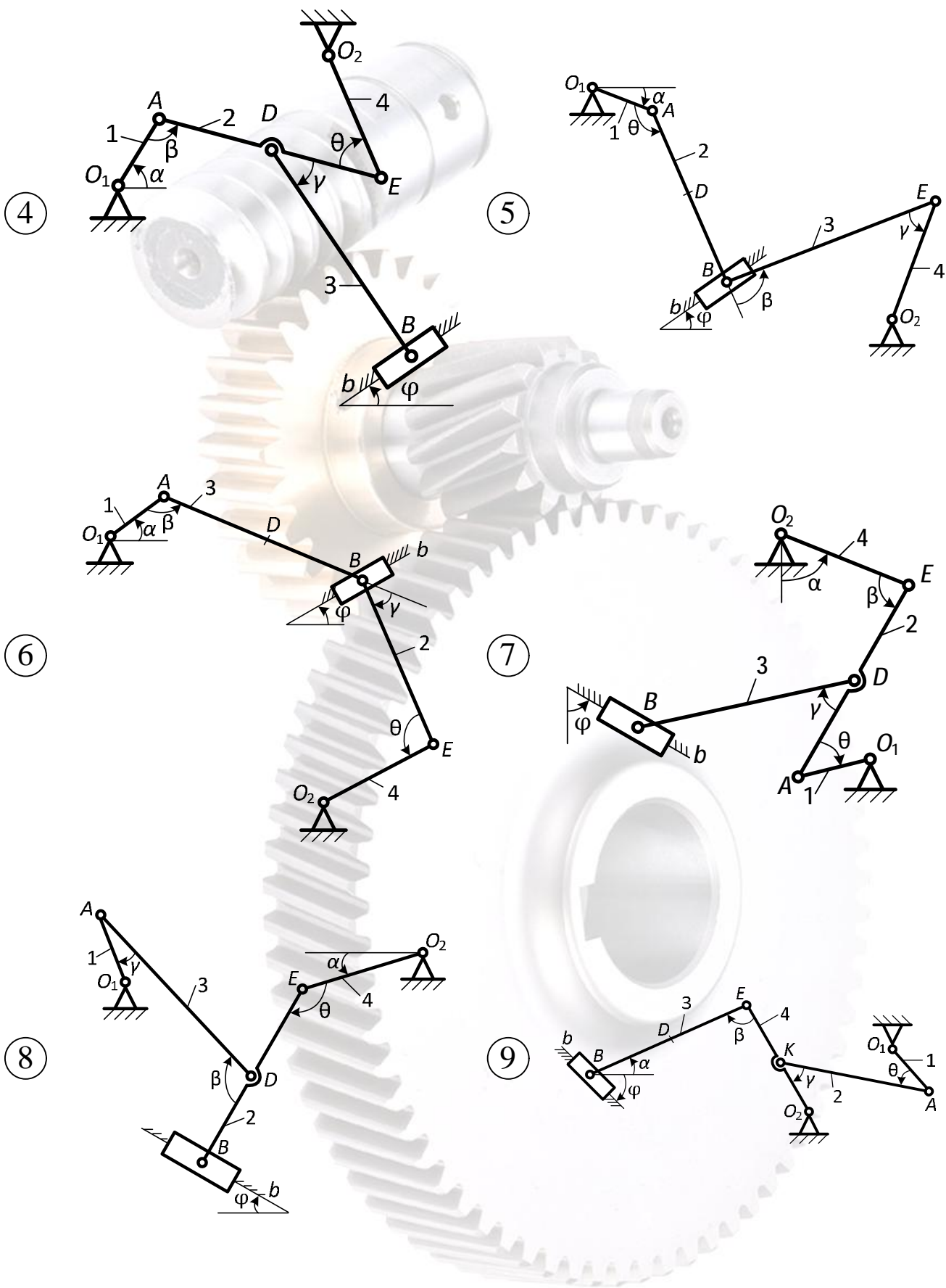


Рисунок К1, лист 2

Задача К2

Прямоугольная пластина на схемах 0-5 или круглая пластина радиуса $R = 60$ см на схемах 6-9 рисунка К2 вращается вокруг неподвижной оси по закону $j = f_1(t)$, заданному в таблице К2. Положительное направление отсчета угла j показано на рисунках дуговой стрелкой. На схемах 0, 1, 2, 3, 8, 9 ось вращения перпендикулярна плоскости и проходит через точку O (пластина вращается в своей плоскости); на схемах 4, 5, 6, 7 ось вращения OO_1 вертикальная.

По пластине вдоль прямой BD (схемы 0-5) или по окружности радиуса R (схемы 6-9) движется точка M ; закон ее относительного движения представлен в таблице К2 зависимостью $s = AM = f_2(t)$, где s выражена в сантиметрах, t – в секундах, при этом на схемах 6-9 $s = \overline{AM}$ отсчитывается по дуге окружности; в таблице К2 так же даны размеры b и l . На всех схемах рисунка К2 точка M показана в положении, при котором $s = AM > 0$ (при $s < 0$ точка M находится по другую сторону от точки A).

Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t = 1$ с.

Указания. Задача К2 – на сложное движение точки. При ее решении необходимо воспользоваться теоремами о сложении скоростей и о сложении ускорений, при этом движение точки по пластине считать относительным, а вращательное движение самой пластины – переносным. Прежде чем производить расчеты, следует изобразить точку на траектории относительного движения в указанный в условии задачи момент времени, а затем для найденного положения точки определить ее абсолютную скорость и ускорение. На всех схемах рисунка К2 точка M показана в произвольном положении. В случаях, относящихся к схемам 6-9, положение точки на траектории относительного движения удобно определять с помощью угла $\alpha = \frac{AM_{(t=1c)}}{R}$.

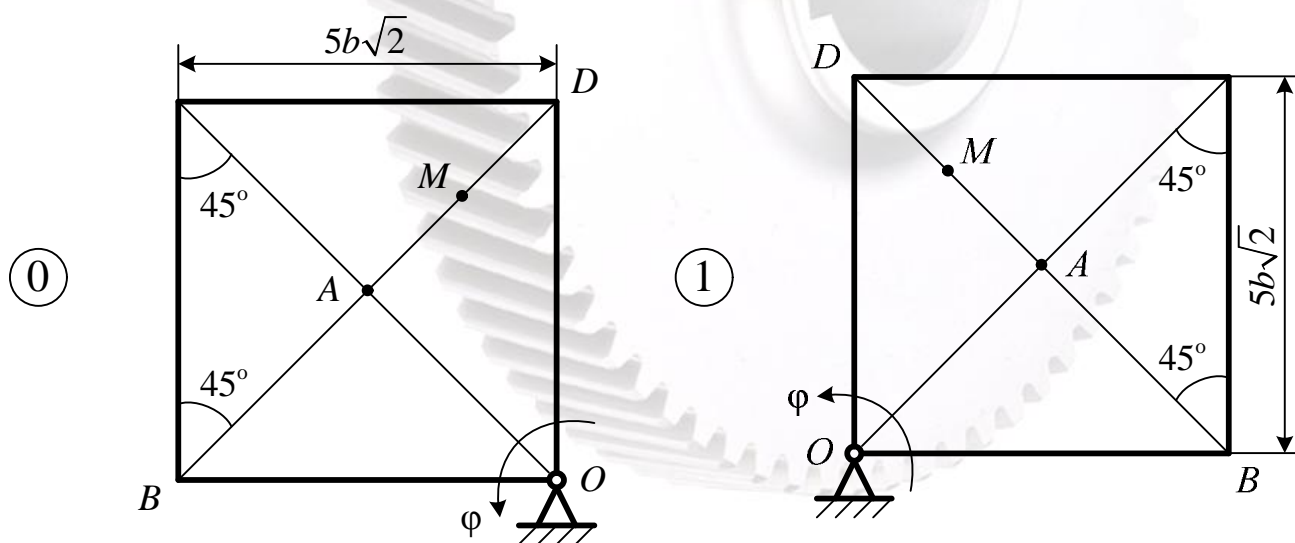


Рисунок К2 – Расчетные схемы к задаче К2, лист 1

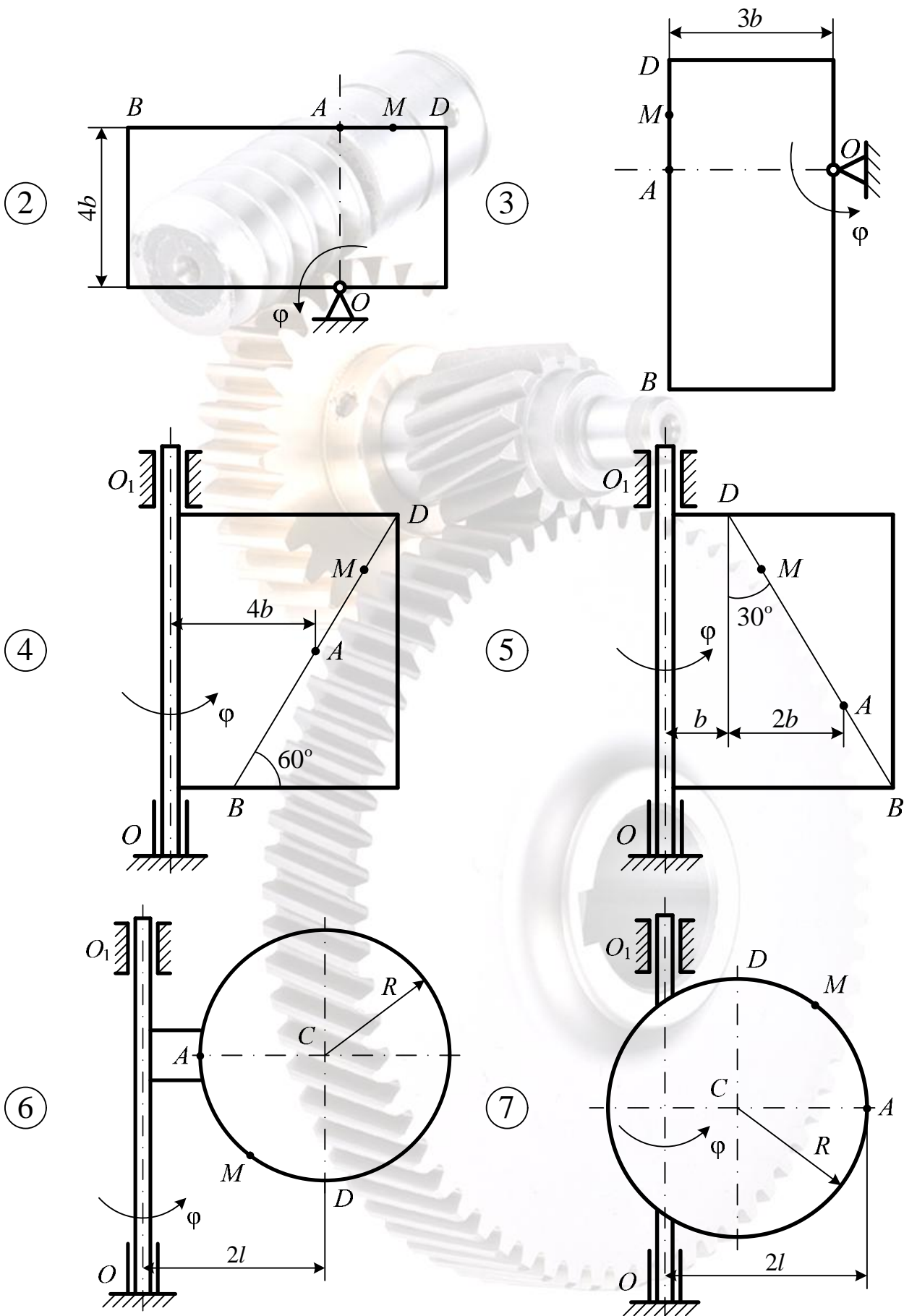


Рисунок К2, лист 2

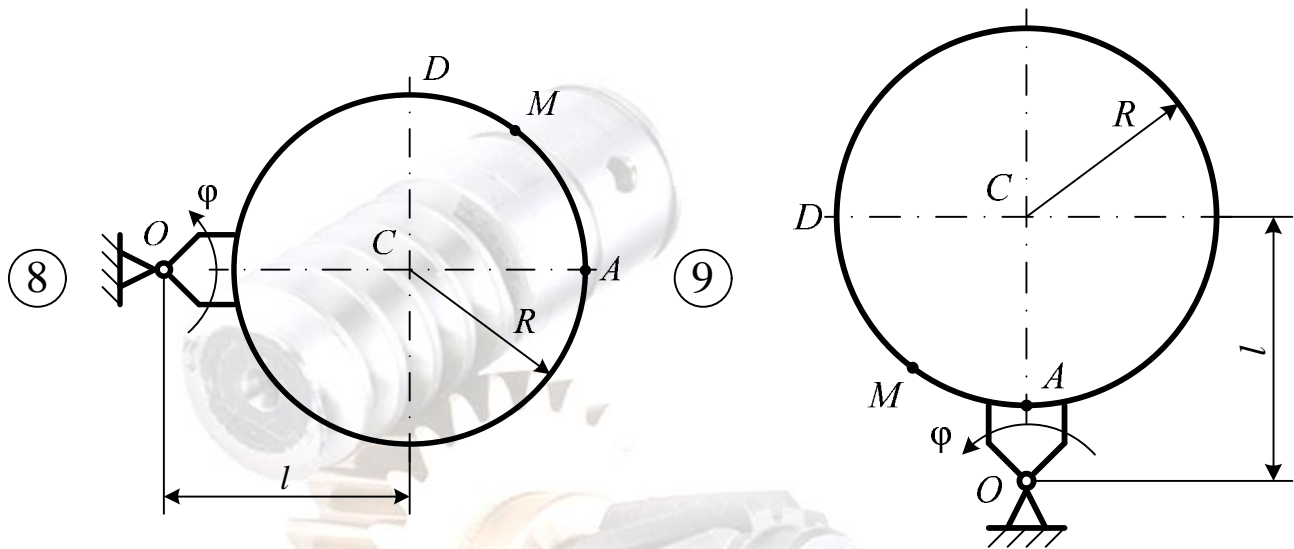


Рисунок К2, лист 3

Таблица К2 – Числовые данные к задаче К2

Номер условия	Для всех схем $j = f_1(t)$	Для схем 0-5		Для схем 6-9	
		$b, \text{ см}$	$s = AM = f_2(t)$	l	$s = \overline{AM} = f_2(t)$
0	$4(t^2 - t)$	12	$60(t^4 - 3t^2) + 56$	R	$\frac{\rho}{3} R(t^4 - 3t^2)$
1	$3t^2 - 8t$	16	$60(t^3 - 2t^2)$	R	$\frac{\rho}{3} R(t^3 - 2t)$
2	$6t^3 - 12t^2$	10	$80(2t^2 - t^3) - 48$	R	$\frac{\rho}{6} R(3t - t^2)$
3	$t^2 - 4t^3$	16	$40(t^2 - 3t) + 32$	$\frac{3}{4}R$	$\frac{\rho}{2} R(t^3 - 2t^2)$
4	$8t^2 - 5t^3$	8	$50(t^3 - t) - 30$	R	$\frac{\rho}{3} R(3t^2 - t)$
5	$2(t^2 - t)$	20	$50(3t - t^2) - 64$	R	$\frac{\rho}{3} R(4t^2 - 2t^3)$
6	$5t - 4t^2$	12	$40(t - 2t^3) - 40$	$\frac{3}{4}R$	$\frac{\rho}{2} R(t - 2t^2)$
7	$15t - 3t^3$	8	$80(t^2 - t) + 40$	R	$\frac{\rho}{3} R(2t^2 - t)$
8	$2t^3 - 11t$	10	$60(t - t^3) + 24$	R	$\frac{\rho}{6} R(t - 5t^2)$
9	$6t^2 - 3t^3$	20	$40(3t^2 - t^4) - 32$	$\frac{3}{4}R$	$\frac{\rho}{2} R(2t^2 - t^3)$

3 Задания по разделу «Сопротивление материалов»

3.1 Растяжение и сжатие

Задача РС

Стальной стержень ступенчатой формы находится под действием продольных сил F_1 , F_2 и F_3 . Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений (без учета собственного веса стержня), а также определить величину перемещения сечения I-I. Модуль упругости при растяжении стали $E = 2 \times 10^5$ Н/мм². Расчетные схемы представлены на рисунке РС, а числовые данные приведены в таблице РС.

Таблица РС – Числовые данные к задаче РС

Величина	Варианты																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
A , см ²	10	15	20	25	30	40	45	50	55	60	50	40	30	35	45	50	60
a , м	2	3	4	3	5	4	3	2	1	4	3	2	4	3	2	4	5
b , м	1	2	3	4	3	2	1	3	4	2	3	3	1	2	3	2	1
c , м	4	3	1	2	1	3	4	3	3	2	3	4	2	1	4	1	3
F_1 , кН	40	50	60	70	60	50	40	30	40	50	60	70	80	90	10	20	30
F_2 , кН	30	20	10	10	20	20	30	40	30	40	10	40	40	30	80	70	90
F_3 , кН	10	30	40	40	50	60	70	60	50	60	80	30	40	20	30	20	20

3.2 Кручение

Задача Кр

К стальному ступенчатому стержню, имеющему сплошное круглое поперечное сечение, приложены крутящие моменты. Левый конец стержня жестко закреплен в опоре, а правый конец – свободен. Расчетные схемы представлены на рисунке Кр, а числовые данные приведены в таблице Кр. Требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов по длине стержня;
- 2) из расчета на прочность при заданном значении допускаемого напряжения на кручение $[\tau]$ определить диаметры d_1 и d_2 стержня, полученные значения округлить;
- 3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине стержня;
- 4) построить эпюру углов поворота сечений, приняв модуль упругости при сдвиге $G = 0,8 \times 10^5$ Н/мм².

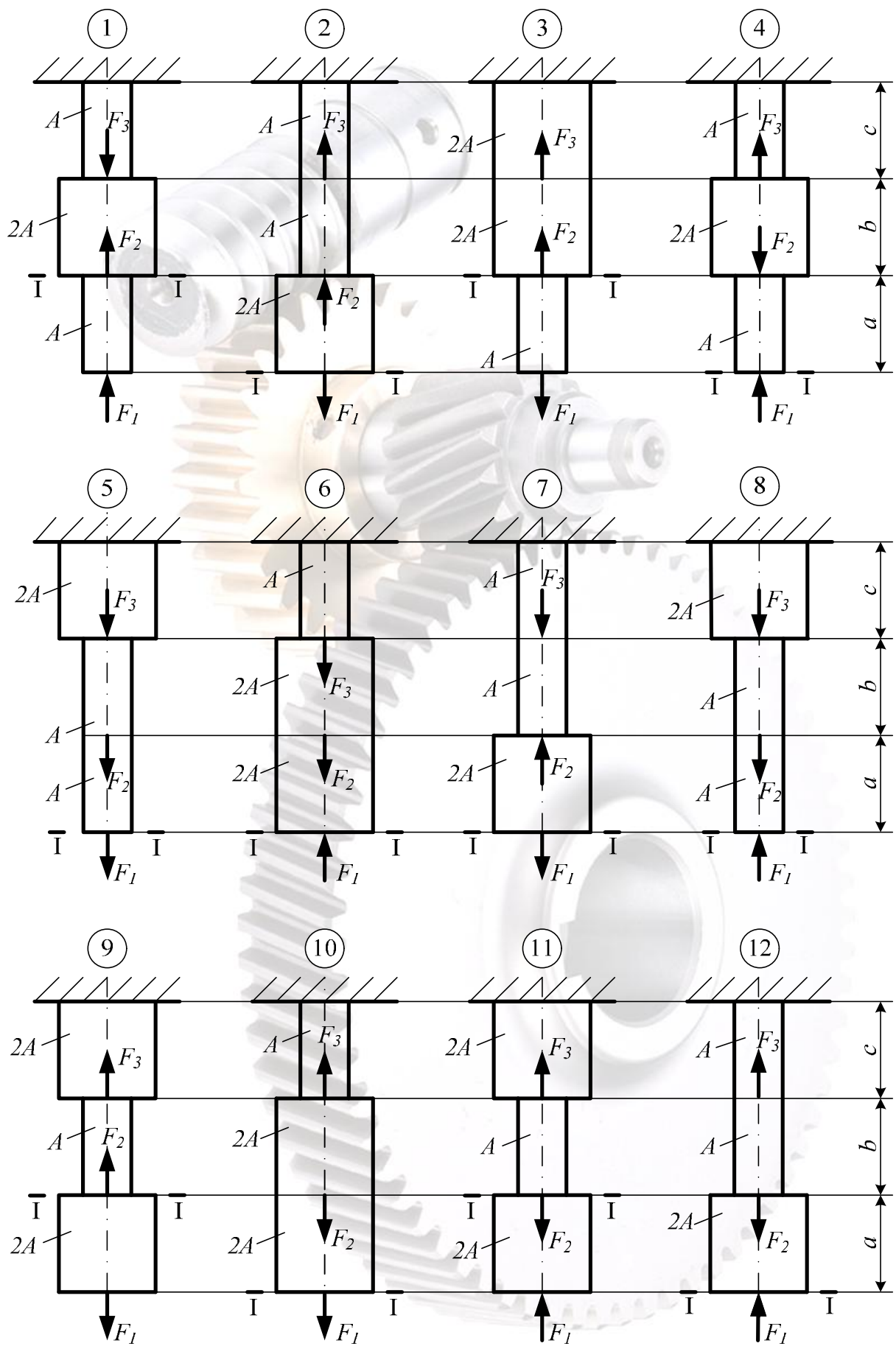


Рисунок РС – Расчетные схемы к задаче РС

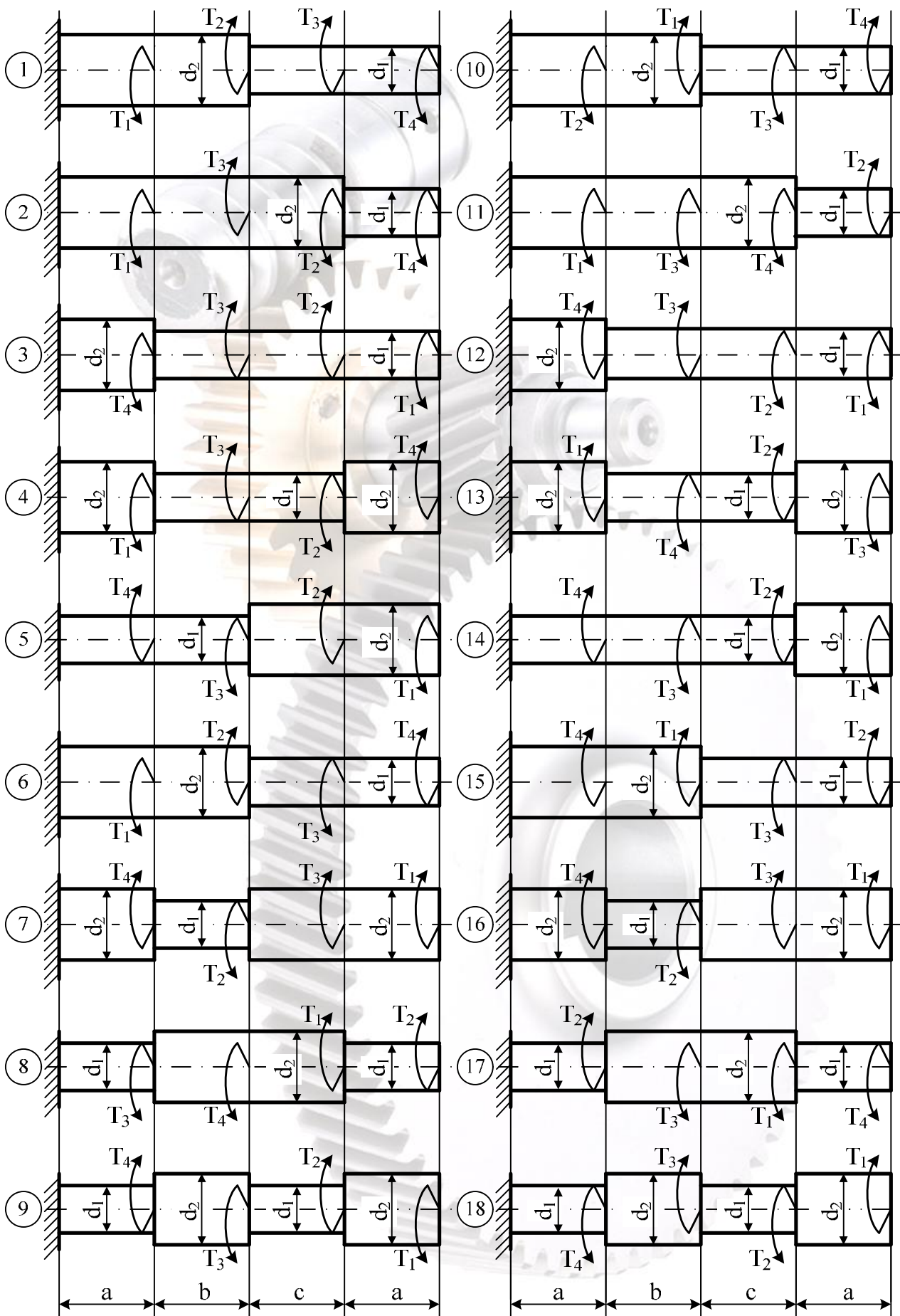


Рисунок Кр – Расчетные схемы к задаче Кр

Таблица Кр – Числовые данные к задаче Кр

Варианты	Расстояния, м			Моменты, кНм				[t], Н/мм ²
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>T</i> ₁	<i>T</i> ₂	<i>T</i> ₃	<i>T</i> ₄	
1	1,5	2	1	4	3	1	2	55
2	1	1,5	3	4,5	2	1,2	0,2	60
3	2	1	2	5	3	0,5	1,5	50
4	3	2	1	4,2	2,5	1,2	0,5	60
5	2	1	1	3,5	1,2	1,5	0,8	45
6	1	2	1	5,5	0,5	2,5	0,5	50
7	1,2	1	1	8,5	2	3,5	1,5	70
8	2	1	1,5	6,5	1,5	0,5	1,5	60
9	1	1,2	0,8	6,5	0,5	1,5	2	65
10	0,8	0,5	0,5	9	1,5	2,5	0,5	70
11	1	1	1	8	2,5	1,5	1	80
12	1,2	1,5	2	7	2	1,5	1	70
13	0,6	1	2	6	1,8	1,2	0,5	60
14	1	1,2	2,5	5	2	1	0,8	50
15	1,5	1,2	1	4,5	1,5	1	0,5	50
16	1	2	1	6,5	1,5	2	1	60

4 Примеры решения по разделу «Теоретическая механика»

Задача С

Дано: $F=20$ кН (сила приложена в т. D), $\alpha = 60^\circ$, $q=10$ кН/м (вертикальный участок EK), $M=60$ кН м, $l=0,4$ м, $\beta=30^\circ$.

Согласно условию задачи в соответствии с вариантом, скомпонуем исходную схему (см. рисунок С1).

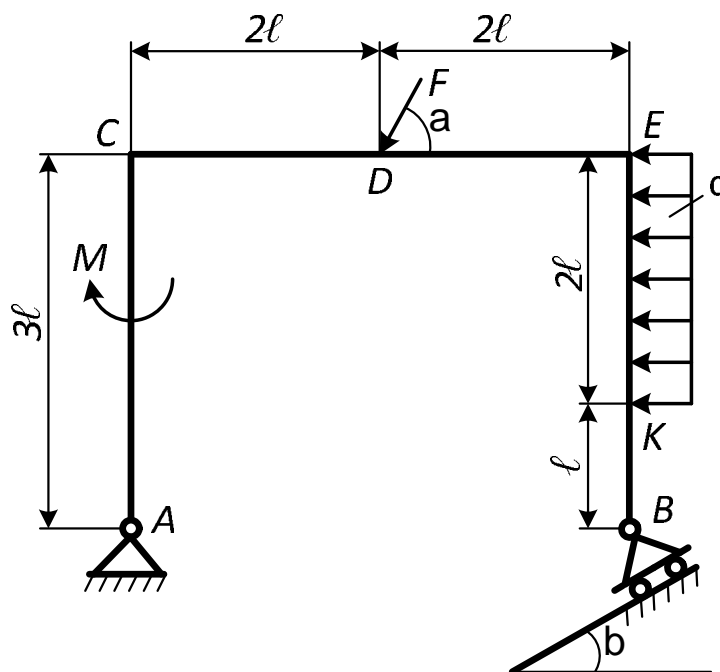


Рисунок С1 – Исходная схема

Требуется: определить \bar{R}_A и \bar{R}_B , показать их направление на схеме.

Решение. При решении данной задачи необходимо составить расчетную схему (см. рисунок С2). Для этого рассмотрим равновесие рамы. Проведем через точку A координатные оси x и y и покажем действующие на раму усилия: момент M , силы F_x , F_y и Q .

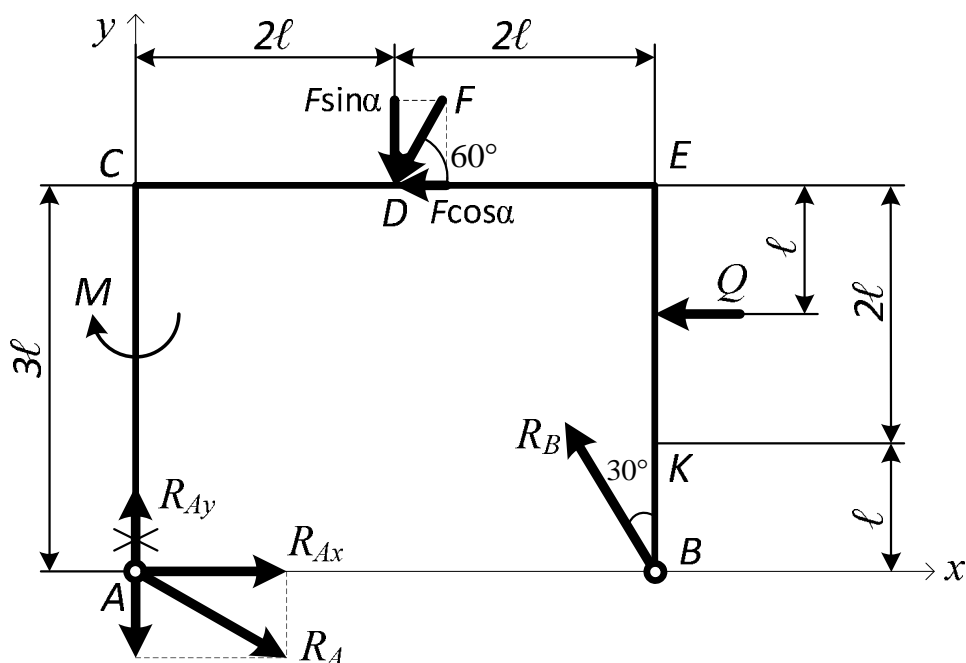


Рисунок С2 – Расчетная схема

F_x и F_y являются проекциями силы \bar{F} на соответствующие координатные оси, которые определяются по выражениям $F_x = F \cos \alpha$ и $F_y = F \sin \alpha$.

Q – сосредоточенная сила, которой мы условно заменяем действие на балку распределенной нагрузки интенсивностью q . В нашем случае она будет приложена в центре участка EK и определяться по выражению $Q = q \times 2l$.

Реакцию \bar{R}_A неподвижной шарнирной опоры A изображаем в виде проекций R_{Ax} и R_{Ay} на координатные оси x и y . Реакцию \bar{R}_B шарнирной опоры на катках B направляем перпендикулярно опорной плоскости (см. рисунок С2).

Для полученной плоской системы сил составляем три уравнения равновесия.

$$\sum F_{ix} = R_{Ax} - F \cos \alpha - Q - R_B \sin b = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = R_{Ay} - F \sin \alpha + R_B \cos b = 0; \quad (2)$$

$$\sum m_A(\bar{F}_i) = -M + F \cos \alpha \times 3l - F \sin \alpha \times 2l + Q \times 2l + R_B \cos b \times 4l = 0. \quad (3)$$

Подставив в уравнения (1), (2) и (3) числовые значения заданных величин и решив эти уравнения (решение не представлено), определяем искомые величины. Из (3) находим $R_B = 40$ кН, подставив в (1) и (2) соответственно имеем $R_{Ax} = 38$ кН и $R_{Ay} = -17$ кН.

Реакция R_{Ay} оказалась отрицательной, следовательно она имеет направление противоположное к указанному на рисунке С2. Меняем ее направление на схеме и определяем полную составляющую R_A , показывая ее на расчетной схеме (см. рисунок С2).

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{38^2 + 17^2} = 41,6 \text{ кН.}$$

Ответ: $R_A = 41,6$ кН, $R_B = 40$ кН.

Задача К1

Дано: $\omega_1 = 2$ рад/с, $\varepsilon_1 = 10$ рад/с², $l_1 = 0,4$ м, $l_2 = 1,2$ м, $l_3 = 1$ м, $l_4 = 0,8$ м, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$, $\varphi = 60^\circ$, $\gamma = 30^\circ$ и $j = 90^\circ$.

Требуется: для механизма (см. рисунок К1.1) определить и показать на схеме \vec{V}_A , \vec{V}_B , \vec{V}_D , \vec{V}_E , ω_2 , ω_3 , ω_4 и \vec{a}_A .

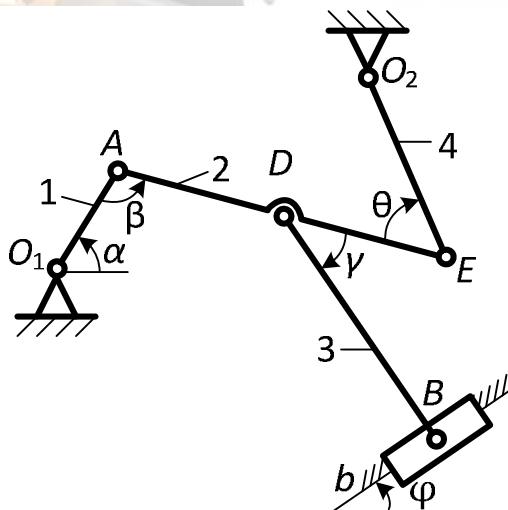


Рисунок К1.1 – Исходная схема

Решение. Строим положение механизма в соответствии с заданными углами (см. рисунок К1.2). В данном механизме стержни 1 и 4 вращаются, стержни 2 и 3 совершают плоское движение.

Определяем \vec{V}_A . $V_A = \omega_1 \cdot l_1 = 2 \cdot 0,4 = 0,8$ м/с. $\vec{V}_A \perp O_1A$ и направлена в сторону вращения кривошипа O_1A . Точка A принадлежит одновременно и стержню AE . Чтобы для стержня AE построить мгновенный центр скоростей (МЦС), необходимо знать линию, вдоль которой направлена скорость еще какой-либо точки данного стержня. В нашем случае это точка E , которая также принадлежит и стержню O_2E , так как стержень 4 совершает вращательное движение, то $\vec{V}_E \perp O_2E$. Восстановив из точек A и E перпендикуляры к

направлениям их скоростей, найдем положение МЦС точку P_2 стержня AE (см. рисунок К1.2). Скорость точки A как точки стержня AE , который совершает мгновенное вращательное движение вокруг центра P_2 , будет определяться по формуле $V_A = \omega_2 \times P_2A$, откуда

$$\omega_2 = \frac{V_A}{P_2A} = \frac{0,8}{1,2} = 0,67 \text{ рад/с.}$$

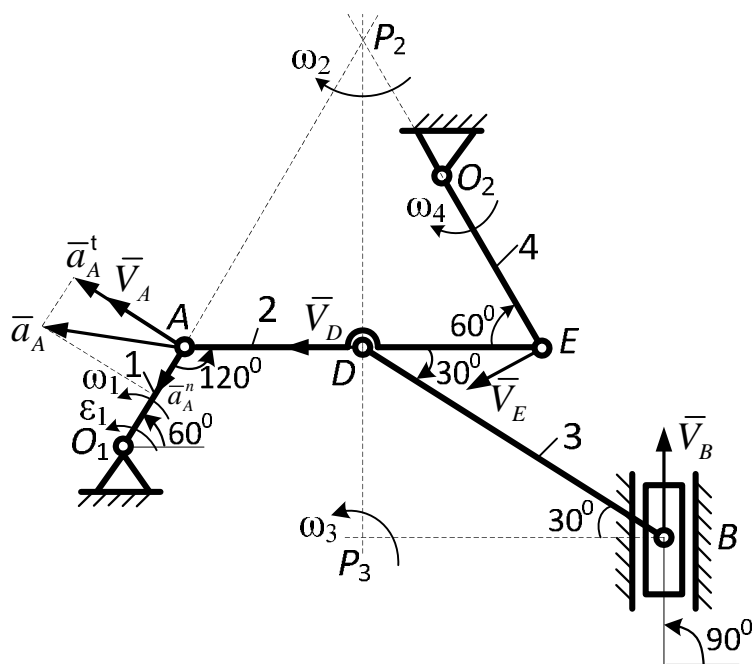


Рисунок К1.2 – Расчетная схема

Направление ω_2 устанавливаем по направлению \vec{V}_A по отношению к мгновенному центру скоростей P_2 стержня AE .

Определяем величину \vec{V}_E и \vec{V}_D :

$$V_E = \omega_2 \times P_2E = 0,67 \times 1,2 = 0,8 \text{ м/с,}$$

$$V_D = \omega_2 \times P_2D = \omega_2 \times P_2A \sin 60^\circ = 0,67 \times 1,2 \times 0,866 = 0,7 \text{ м/с.}$$

$\vec{V}_D \perp P_2D$. Направление \vec{V}_E и \vec{V}_D устанавливаем в соответствии с направлением ω_2 .

Аналогично, зная величину и направление \vec{V}_D (точка D – это также и точка стержня DB) и учитывая, что \vec{V}_B направлена вдоль вертикальных направляющих, строим МЦС P_3 для стержня DB и с его помощью определяем ω_3 и \vec{V}_B :

$$V_D = \omega_3 \times P_3D, \text{ откуда } \omega_3 = \frac{V_D}{P_3D} = \frac{V_D}{l_3 \sin 30^\circ} = \frac{0,7}{1 \times 0,5} = 1,4 \text{ рад/с,}$$

$$V_B = \omega_3 \times P_3B = \omega_3 \times l_3 \cos 30^\circ = 1,4 \times 1 \times 0,866 = 1,2 \text{ м/с.}$$

Направление ω_3 устанавливаем по направлению \vec{V}_D по отношению к МЦС P_3 стержня DB . \vec{V}_B направляем в соответствии с направлением ω_3 .

Определяем ω_4 . $V_E = w_4 \times O_2E$, откуда $w_4 = \frac{V_E}{O_2E} = \frac{0,8}{0,8} = 1$ рад/с.

Направление ω_4 стержня O_2E относительно точки O_2 устанавливаем по направлению \vec{V}_E .

Определим численное значение и покажем на схеме вектор ускорения \vec{a}_A точки A .

$$a_A = \sqrt{(a_A^t)^2 + (a_A^n)^2} = \sqrt{4^2 + 1,6^2} = 4,3 \text{ м/с}^2,$$

где \vec{a}_A^t и \vec{a}_A^n соответственно касательная и нормальная составляющая \vec{a}_A .

$$a_A^t = e_1 \times O_1A = 10 \times 0,4 = 4 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^n = w_1^2 \times O_1A = 2^2 \times 0,4 = 1,6 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $V_A = 0,8$ м/с, $V_B = 1,2$ м/с, $V_D = 0,7$ м/с, $V_E = 0,8$ м/с, $\omega_2 = 0,67$ рад/с, $\omega_3 = 1,4$ рад/с, $\omega_4 = 1$ рад/с, $a_A = 4,3$ м/с².

Задача К2

Дано: $R = 0,4$ м, $j = t^2 - 2t^3$, $s = \overline{AM} = \frac{R}{3}(2t^2 - 1)$.

Требуется: согласно схеме (см. рисунок К2.1) определить величину абсолютной скорости \vec{v}_M и абсолютного ускорения \vec{a}_M точки M в момент времени $t = 1$ с.

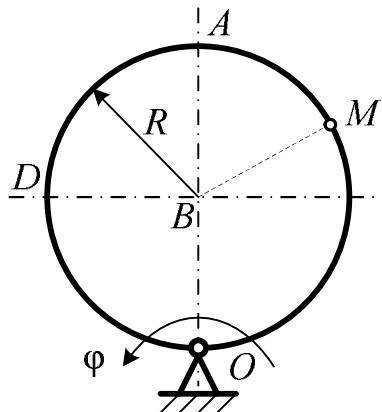


Рисунок К2.1 – Исходная схема

Решение. Рассмотрим движение точки M как сложное, считая ее движение по ободу диска относительным, а вращение диска вместе с точкой M вокруг неподвижной оси, проходящей через точку O и перпендикулярной плоскости диска, – переносным.

В процессе решения задачи для определения величины абсолютной скорости \vec{v}_M и абсолютного ускорения \vec{a}_M точки M будем строить две расчетные схемы. На расчетной схеме рисунка К2.2 а будем выполнять построения для определения абсолютной скорости, а на расчетной схеме рисунка К2.2 б – абсолютного ускорения.

На расчетных схемах рисунка К2.2 проведем через точку O неподвижную прямоугольную систему координат $Oxyz$.

Определим положение точки M на траектории относительного движения в момент $t = 1\text{с}$:

$$\Delta a = \Delta_{ABM} = \frac{\dot{\epsilon} AM_{t=1}}{R} = \frac{\frac{\rho}{3} R(2t^2 - 1)}{R} = \frac{\rho}{3}; \quad (a = 60^\circ).$$

Изобразим точку M на рисунке К2.2 в момент $t = 1\text{с}$.

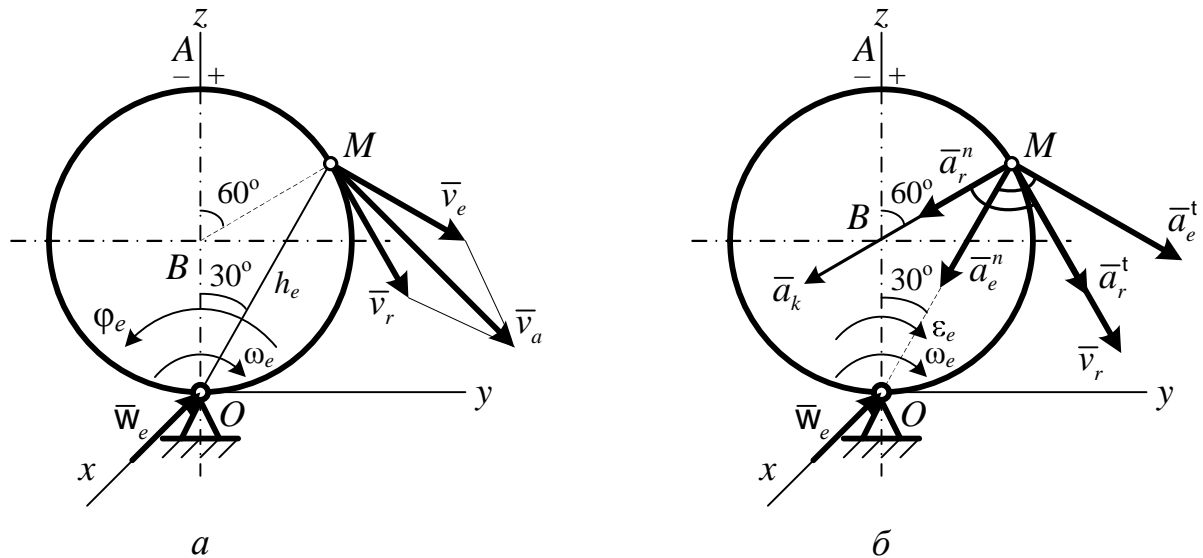


Рисунок К2.2 – Расчетные схемы для определения абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки M

Абсолютную скорость \vec{v}_M точки M найдем согласно теореме о сложении скоростей:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_r + \vec{v}_e,$$

где \vec{v}_r и \vec{v}_e соответственно относительная и переносная скорость точки M .

Абсолютное ускорение \vec{a}_M точки M найдем согласно теореме о сложении ускорений:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_k,$$

где \vec{a}_r , \vec{a}_e и \vec{a}_k соответственно относительное, переносное и кориолисово ускорения точки M .

Рассмотрим отдельно относительное и переносное движения, последовательно изображая полученные результаты на расчетных схемах рисунка К2.2.

Относительное движение задано естественным способом. Определим относительную скорость \vec{v}_r и относительное ускорение \vec{a}_r точки M .

$$v_r = \frac{ds_r}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\rho}{3} R(2t^2 - 1) \right) = \frac{\rho}{3} R \times 4t.$$

При $t = 1$ с получаем $v_r = 1,67$ м/с.

Вектор \bar{v}_r направляем по касательной к окружности в точке M в сторону увеличения дуговой координаты AM (т.к. $v_r > 0$).

$$\bar{a}_r = \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^t$$

Нормальная составляющая относительного ускорения:

$$a_r^n = \frac{v_r^2}{R} = \frac{(1,67)^2}{0,4} = 7 \text{ м/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_r^n направляем по радиусу диска R к его центру B .

Касательная составляющая относительного ускорения:

$$a_r^t = \frac{dv_r}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\rho}{3} R \times 4t \right) = \frac{4}{3} \rho R = \frac{4}{3} \rho \times 0,4 = 1,67 \text{ м/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_r^t направляем по касательной к окружности в точке M в сторону увеличения дуговой координаты AM (т.к. $\bar{a}_r^t > 0$).

Направление векторов \bar{v}_r и \bar{a}_r^t совпадает, т.к. их значения положительны.

Переносное движение – вращение диска. Определим его угловую скорость w_e и угловое ускорение e_e .

$$w_e = \frac{dj_e}{dt} = \frac{d}{dt} (t^2 - 2t^3) = 2t - 6t^2.$$

При $t = 1$ с получаем $w_e = -4$ рад/с.

Отрицательное значение угловой скорости при $t = 1$ с указывает, что диск вращается в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла j_e . Вектор \bar{w}_e будет направлен вдоль оси Ox от наблюдателя.

$$e_e = \frac{dw_e}{dt} = \frac{d}{dt} (2t - 6t^2) = 2 - 12t \text{ рад/с}^2.$$

При $t = 1$ с получаем $e_e = -10$ рад/с².

Так как знаки w_e и e_e совпадают (оба отрицательные), то диск вращается ускоренно по ходу часовой стрелки.

Найдем расстояние h_e от оси вращения диска Ox до точки M :

$$h_e = OM = 2R \cos 30^\circ = 2 \times 0,4 \cos 30^\circ = 0,69 \text{ м.}$$

Определим переносную скорость \bar{v}_e точки M .

$$v_e = |w_e| \times h_e = 4 \times 0,69 = 2,76 \text{ м/с.}$$

Вектор \bar{v}_e направляем по касательной к траектории переносного движения точки M в сторону вращения диска, т.е. по направлению w_e , ($\bar{v}_e \wedge h_e$).

Определим переносное ускорение \bar{a}_e точки M .

$$\bar{a}_e = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^t$$

Нормальная составляющая переносного ускорения:

$$a_e^n = \omega_e^2 \times h_e = (-4)^2 \times 0,69 = 11,04 \text{ м/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_e^n направляем к оси вращения диска Ox .

Касательная составляющая переносного ускорения:

$$a_e^t = |\omega_e| \times h_e = 10 \times 0,69 = 6,9 \text{ м/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_e^t направляем по касательной к траектории переносного движения точки M в сторону направления \mathbf{e}_e ($\bar{v}_e \wedge h_e$).

Направление векторов \bar{a}_e^t и \bar{v}_e совпадает, т.к. вращение диска ускоренное (ω_e и \mathbf{e}_e имеют одинаковый знак).

Определим кориолисово ускорение \bar{a}_k точки M .

Так как угол между векторами \bar{v}_r и $\bar{\omega}_e$ равен 90° , то численно в момент времени $t=1$ с получим

$$a_k = 2|\omega_e| \times |v_r| \sin 90^\circ = 2 \times 4 \times 1,67 \sin 90^\circ = 13,36 \text{ м/с}.$$

Направление ускорения Кориолиса \bar{a}_k найдем по правилу Жуковского. В приведенном примере вектор \bar{v}_r лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения диска Ox . Поэтому для определения направления \bar{a}_k вектор \bar{v}_r достаточно повернуть на угол 90° в этой же плоскости в направлении ω_e , т.е. вектор \bar{a}_k направлен по радиусу диска R к его центру B .

Величину абсолютной скорости \bar{v}_M и абсолютного ускорения \bar{a}_M точки M найдем методом проекций:

$$v_{Mx} = 0;$$

$$v_{My} = v_r \cos 60^\circ + v_e \cos 30^\circ = 1,67 \cos 60^\circ + 2,76 \cos 30^\circ = 3,22 \text{ м/с};$$

$$v_{Mz} = -v_r \cos 30^\circ - v_e \cos 60^\circ = -1,67 \cos 30^\circ - 2,76 \cos 60^\circ = -2,83 \text{ м/с};$$

$$v_M = \sqrt{v_{My}^2 + v_{Mz}^2} = \sqrt{3,22^2 + (-2,83)^2} = 4,29 \text{ м/с}.$$

$$a_{Mx} = 0;$$

$$a_{My} = -a_r^n \cos 30^\circ + a_r^t \cos 60^\circ - a_e^n \cos 60^\circ + a_e^t \cos 30^\circ - a_k \cos 30^\circ = \\ = -7 \cos 30^\circ + 1,67 \cos 60^\circ - 11,04 \cos 60^\circ + 6,9 \cos 30^\circ - 13,36 \cos 30^\circ = -16,34 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{Mz} = -a_r^n \cos 60^\circ - a_r^t \cos 30^\circ - a_e^n \cos 30^\circ - a_e^t \cos 60^\circ - a_k \cos 60^\circ = \\ = -7 \cos 60^\circ - 1,67 \cos 30^\circ - 11,04 \cos 30^\circ - 6,9 \cos 60^\circ - 13,36 \cos 60^\circ = -24,64 \text{ м/с}^2;$$

$$a_M = \sqrt{a_{My}^2 + a_{Mz}^2} = \sqrt{(-16,34)^2 + (-24,64)^2} = 29,57 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $v_M = 4,29 \text{ м/с}$, $a_M = 29,57 \text{ м/с}^2$.

5 Примеры решения по разделу «Сопротивление материалов»

Задача РС

Дано: $A = 30 \text{ см}^2$, $a = 2 \text{ м}$, $b = 1 \text{ м}$, $c = 2 \text{ м}$, $F_1 = 30 \text{ кН}$, $F_2 = 50 \text{ кН}$, $F_3 = 60 \text{ кН}$.

Требуется: построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений (без учета собственного веса стержня), а также определить величину перемещения сечения I-I (см. рисунок РС1, а).

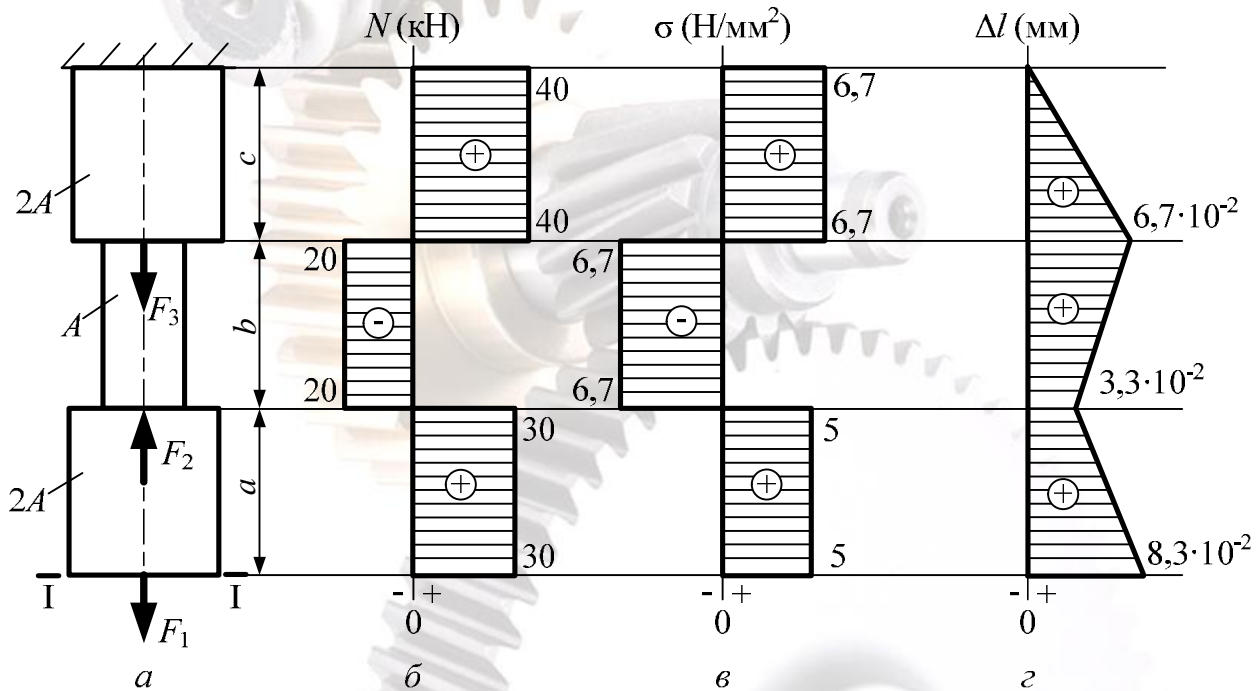


Рисунок РС1 – Схема нагружения стержня, эпюры внутренних продольных сил, нормальных напряжений и перемещений в поперечных сечениях стержня

Решение

1) Определим внутренние силы, возникающие в поперечных сечениях стержня под действием внешних продольных сил F_1 , F_2 , F_3 . Для этого воспользуемся методом сечений. На участке длиной « a » проведём сечение 1-1 и рассмотрим равновесие нижней от сечения части стержня (см. рисунок РС2 а). Действие мысленно отброшенной верхней от сечения части стержня заменим внутренней силой N_1 . Под действием приложенных сил, рассматриваемая часть стержня находится в равновесии. Следовательно:

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{ix} = F_1 - N_1 = 0, \quad N_1 = F_1 = 30 \text{ кН.}$$

Положительное значение силы \bar{N}_1 указывает на то, что в этой части стержень растянут.

Аналогично определим внутренние силы в сечениях 2-2 и 3-3 стержня (см. рисунок РС2 б и в соответственно).

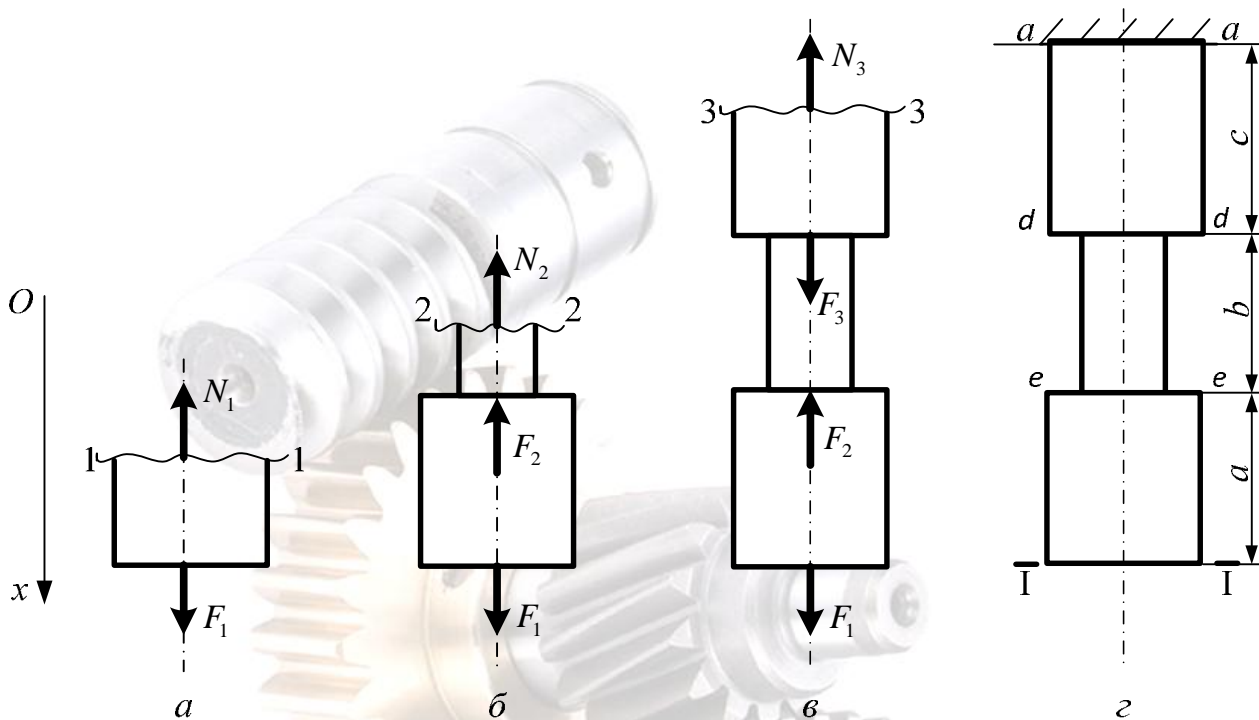


Рисунок PC2 – Силы, действующие на отсеченные части стержня

Сечение 2-2:

$$\sum F_{ix} = F_1 - F_2 - N_2 = 0, \text{ откуда } N_2 = F_1 - F_2 = 30 - 50 = -20 \text{ кН.}$$

Знак « - » означает, что сила N_2 направлена в противоположную сторону от указанной на схеме, т.е. эта сила сжимает стержень.

Сечение 3-3:

$$\sum F_{ix} = F_1 - F_2 + F_3 - N_3 = 0, \text{ откуда } N_3 = F_1 - F_2 + F_3 = 30 - 50 + 60 = 40 \text{ кН.}$$

Положительное значение силы \bar{N}_3 указывает на то, что в этой части стержень растянут.

Строим эпюру (график распределения) внутренних усилий в поперечных сечениях стержня по его длине (см. рисунок PC1 б).

2) Определим нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = \frac{30 \times 10^3}{2 \times 30 \times 10^2} = 5 \text{ Н/мм}^2,$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{-20 \times 10^3}{30 \times 10^2} = -6,7 \text{ Н/мм}^2,$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = \frac{40 \times 10^3}{2 \times 30 \times 10^2} = 6,7 \text{ Н/мм}^2.$$

Строим эпюру нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня (см. рисунок PC1 в).

3) Определим перемещения характерных сечений стержня по его длине: $a - a$, $d - d$, $e - e$, I - I (см. рисунок РС2 з).

Перемещение сечения $a - a$ равно нулю, так как в этом сечении стержень жёстко прикреплен к опоре:

$$Dl_{a-a} = 0.$$

Перемещение сечения $d - d$

$$Dl_{d-d} = \frac{s_3 \times c}{E} = \frac{6,7 \times 2 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 0,067 \text{ мм.}$$

Сечение $e - e$ стержня перемещается вместе с сечением $d - d$ и одновременно относительно его. Поэтому

$$Dl_{e-e} = Dl_{d-d} + \frac{s_2 \times b}{E} = 0,067 + \frac{-6,7 \times 1 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 0,033 \text{ мм.}$$

Аналогично определим перемещение концевое сечения I - I

$$Dl_{I-I} = Dl_{e-e} + \frac{s_1 \times a}{E} = 0,033 + \frac{5 \times 2 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 0,083 \text{ мм.}$$

Строим эпюру перемещений сечений стержня (см. рисунок РС1 з).

Задача Кр

Дано: стальной ступенчатый стержень сплошного круглого поперечного сечения (см. рисунок Кр а), $T_1 = 4,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $T_2 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $T_3 = 3 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $T_4 = 7,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $a = 1,5 \text{ м}$, $b = 2 \text{ м}$, $c = 1 \text{ м}$, $[t] = 60 \text{ Н/мм}^2$, $G = 0,8 \times 10^5 \text{ Н/мм}^2$.

Требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов по длине стержня;
- 2) из расчёта на прочность при заданном значении допускаемого напряжения на кручение определить диаметры d_1 и d_2 стержня;
- 3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине стержня;
- 4) построить эпюру углов поворота сечений.

Решение

1) Для определения крутящих моментов, возникающих в поперечных сечениях стержня, воспользуемся методом сечений. Разобьём стержень на участки I, II, III, IV (см. рисунок Кр а). На участке I мысленно проведём сечение, которое рассечёт стержень на две части. Рассмотрим равновесие правой от сечения части стержня, на которую действует внешний момент T_1 и внутренний крутящий момент T_1 , которым мы заменили действие отброшенной левой части. *Крутящий момент, возникающий в сечении, считается положительным, если при взгляде со стороны торца отсечённой части стержня, действующий на него внешний момент виден направленным по ходу часовой стрелки.* Если на отсечённую часть стержня действует несколько

внешних моментов, то крутящий момент в рассматриваемом сечении будет равен алгебраической сумме внешних моментов, расположенных по одну сторону от сечения. Найдём значения крутящих моментов, возникающих в поперечных сечениях рассматриваемых участков стержня.

$$T_I = T_1 = 4,5 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$T_{II} = T_1 - T_2 = 4,5 - 2 = 2,5 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$T_{III} = T_1 - T_2 + T_3 = 4,5 - 2 + 3 = 5,5 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$T_{IV} = T_1 - T_2 + T_3 - T_4 = 4,5 - 2 + 3 - 7,5 = -2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Строим эпюру крутящих моментов (см. рисунок Кр б).

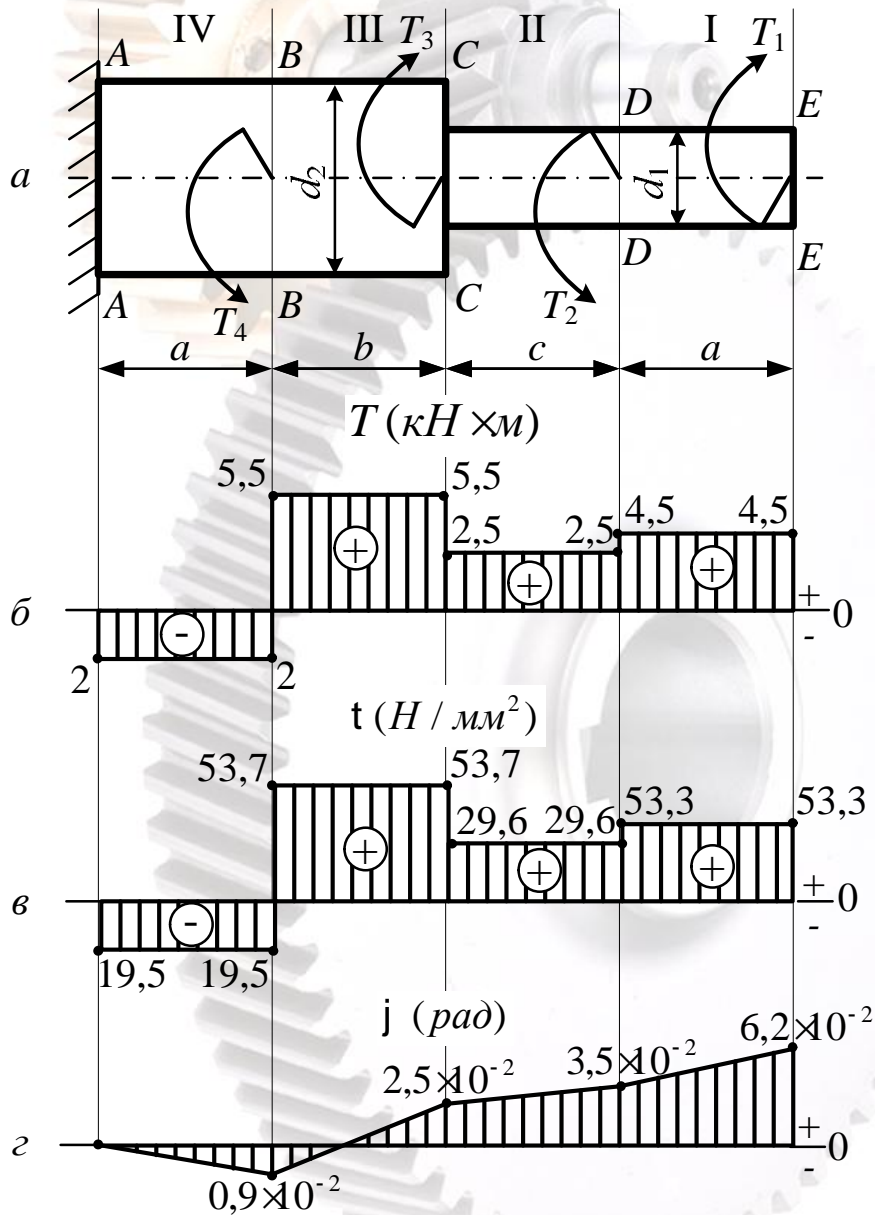


Рисунок Кр – Схема нагружения вала, эпюры крутящих моментов, действительных напряжений кручения и углов поворота сечений вала

2) Определяем диаметры вала d_1 и d_2 из условия прочности при кручении:

$$t_{max} \leq [\tau] \text{ или } t_{max} = \frac{T_{max}}{W_p} \leq [\tau]. \text{ Откуда } W_p \geq \frac{T_{max}}{[\tau]},$$

где W_p – полярный момент сопротивления сечения вала,

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение при кручении.

$$\text{Для круглого сечения } W_p = 0,2d^3, \text{ следовательно, } d \geq \sqrt[3]{\frac{T_{max}}{0,2[\tau]}},$$

где T_{max} – максимальное значение крутящего момента в сечении вала, в котором определяется его диаметр.

При определении значения d_1 (участки I, II) $T_{max} = T_I = 4,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

При определении значения d_2 (участки III, IV) $T_{max} = T_{III} = 5,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

$$\text{Тогда } d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{4,5 \times 10^6}{0,2 \times 60}} = 72 \text{ мм}, \quad d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{5,5 \times 10^6}{0,2 \times 60}} = 77 \text{ мм}.$$

Полученные значения диаметров d_1 и d_2 округляем до ближайшего большего значения кратного пяти. Принимаем $d_1 = 75 \text{ мм}$, $d_2 = 80 \text{ мм}$.

3) Определяем действительные напряжения кручения в сечениях вала по его длине:

$$t_I = \frac{T_I}{W_{r1}} = \frac{T_I}{0,2d_1^3} = \frac{4,5 \times 10^6}{0,2 \times 75^3} = 53,3 \text{ Н/мм}^2,$$

$$t_{II} = \frac{T_{II}}{W_{r1}} = \frac{T_{II}}{0,2d_1^3} = \frac{2,5 \times 10^6}{0,2 \times 75^3} = 29,6 \text{ Н/мм}^2,$$

$$t_{III} = \frac{T_{III}}{W_{r2}} = \frac{T_{III}}{0,2d_2^3} = \frac{5,5 \times 10^6}{0,2 \times 80^3} = 53,7 \text{ Н/мм}^2,$$

$$t_{IV} = \frac{T_{IV}}{W_{r2}} = \frac{T_{IV}}{0,2d_2^3} = \frac{-2 \times 10^6}{0,2 \times 80^3} = -19,5 \text{ Н/мм}^2.$$

Строим эпюру действительных напряжений кручения (см. рисунок Кр в).

4) Определяем полные углы поворота сечений вала по его длине:

$$j = \frac{T_k l}{G J_p},$$

где l – длина рассматриваемого участка вала,

J_p – полярный момент инерции сечения.

Для круглого сечения $J_p = 0,1 d^4$.

Для диаметра $d_1 = 75$ мм, $J_{p1} = 0,1 \cdot 75^4 = 3,2 \cdot 10^6$ мм⁴.

Для диаметра $d_2 = 80$ мм, $J_{p2} = 0,1 \cdot 80^4 = 4,1 \cdot 10^6$ мм⁴.

Угол поворота сечения $A-A$, в котором вал закреплён неподвижно, равен нулю, т.е. $j_{A-A} = 0$.

Угол поворота сечения $B-B$:

$$j_{BA} = j_{A-A} + \frac{T_{IV} a}{G J_{r2}} = 0 + \frac{-2 \times 10^6 \times 1,5 \times 10^3}{0,8 \times 10^5 \times 4,1 \times 10^6} = -0,9 \cdot 10^{-2} \text{ рад.}$$

Угол поворота сечения $C-C$ состоит из суммы углов поворота сечения $B-B$ и угла поворота сечения $C-C$ по отношению к сечению $B-B$.

$$j_{CA} = j_{BA} + j_{CB} = j_{BA} + \frac{T_{III} b}{G J_{r2}} = -0,9 \cdot 10^{-2} + \frac{5,5 \times 10^6 \times 2 \times 10^3}{0,8 \times 10^5 \times 4,1 \times 10^6} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ рад.}$$

Аналогично определяем углы поворота сечений $D-D$ и $E-E$:

$$j_{DA} = j_{CA} + j_{DC} = j_{CA} + \frac{T_{II} c}{G J_{r1}} = 2,5 \cdot 10^{-2} + \frac{2,5 \times 10^6 \times 1 \times 10^3}{0,8 \times 10^5 \times 3,2 \times 10^6} = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ рад,}$$

$$j_{EA} = j_{DA} + j_{ED} = j_{DA} + \frac{T_I a}{G J_{r1}} = 3,5 \cdot 10^{-2} + \frac{4,5 \times 10^6 \times 1,5 \times 10^3}{0,8 \times 10^5 \times 3,2 \times 10^6} = 6,2 \cdot 10^{-2} \text{ рад.}$$

Строим эпюру углов поворота сечений по длине вала (см. рисунок Кр з).

6 Номера вариантов заданий по разделу «Сопротивление материалов»

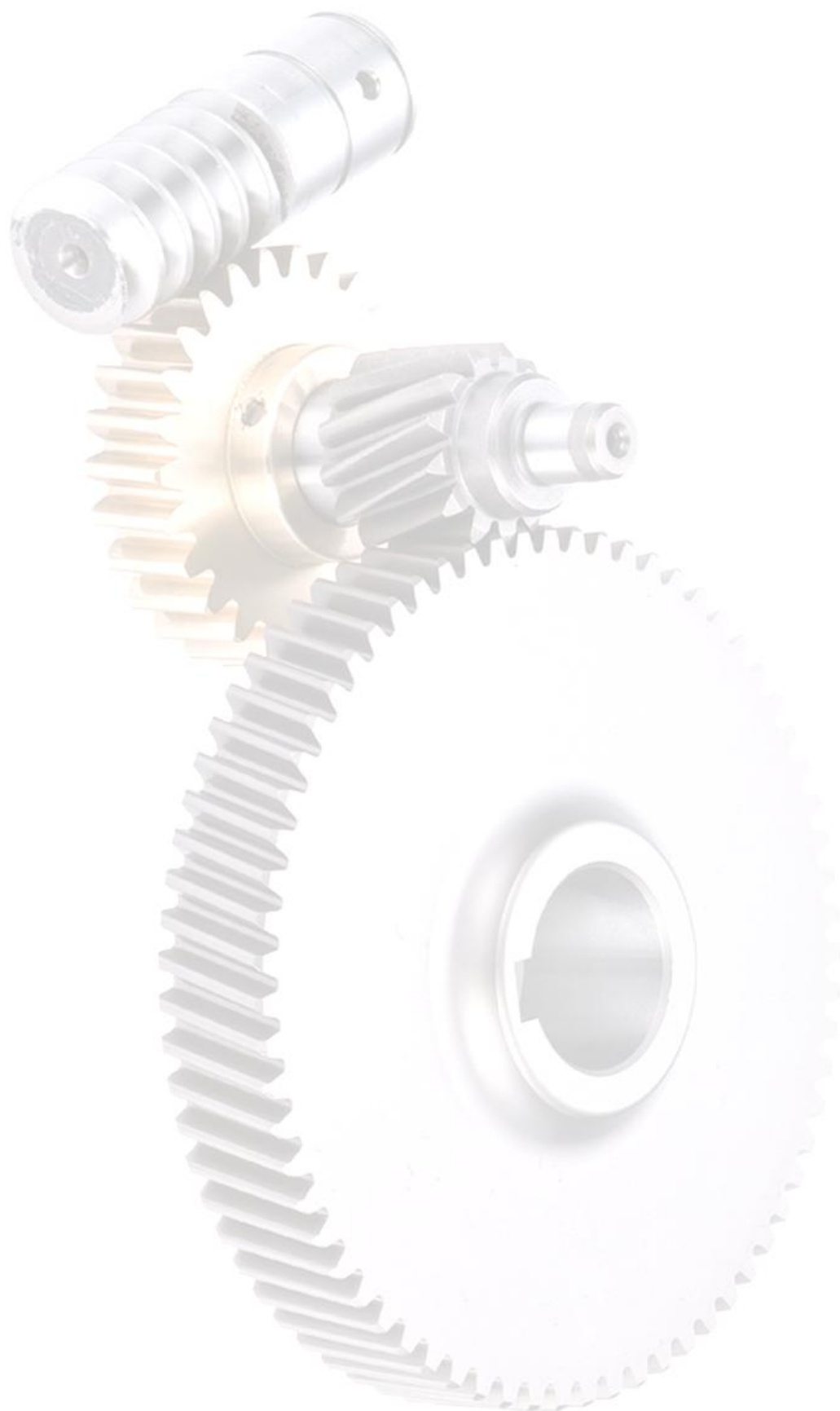
Вариант задания	Растяжение и сжатие задача РС		Кручение задача Кр	
	рисунок РС, схема №	таблица РС, вариант №	рисунок Кр, схема №	таблица Кр, вариант №
1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9
10	10	10	10	10
11	11	11	11	11
12	12	12	12	12
13	1	13	13	13
14	2	14	14	14
15	3	15	15	15
16	4	16	16	16
17	5	17	17	1
18	6	1	18	2
19	7	2	1	3
20	8	3	2	4
21	9	4	3	5
22	10	5	4	6
23	11	6	5	7
24	12	7	6	8
25	1	8	7	9
26	2	9	8	10
27	3	10	9	11
28	4	11	10	12
29	5	12	11	13
30	6	13	12	14
31	7	14	13	15
32	8	15	14	16
33	9	16	15	1
34	10	17	16	2
35	11	1	17	3
36	12	2	18	4
37	1	3	1	5
38	2	4	2	6

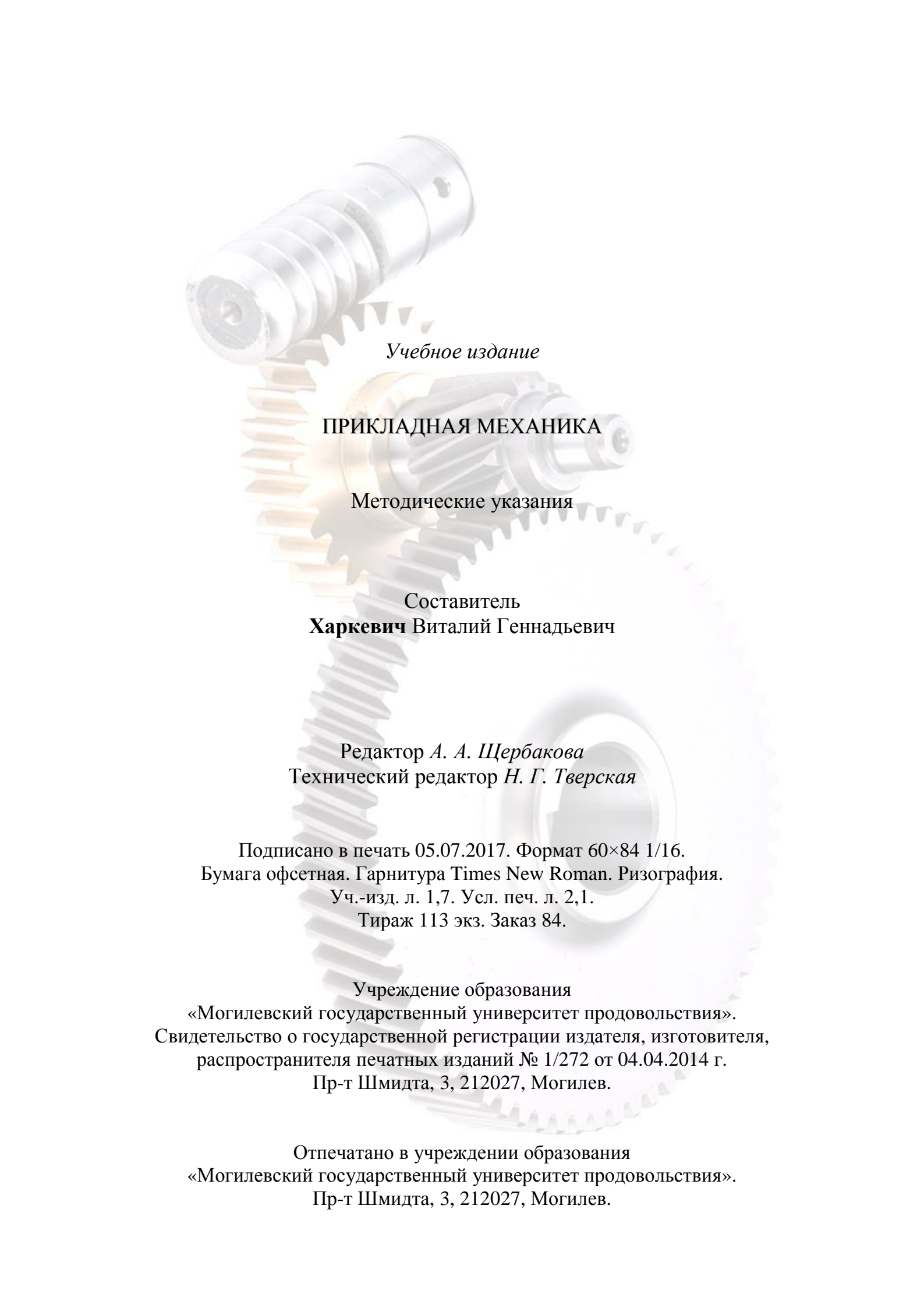
Вариант задания	Растяжение и сжатие задача РС		Кручение задача Кр	
	рисунок РС, схема №	таблица РС, вариант №	рисунок Кр, схема №	таблица Кр, вариант №
39	3	5	3	7
40	4	6	4	8
41	5	7	5	9
42	6	8	6	10
43	7	9	7	11
44	8	10	8	12
45	9	11	9	13
46	10	12	10	14
47	11	13	11	15
48	12	14	12	16
49	12	15	13	1
50	11	16	14	2
51	10	17	15	3
52	9	1	16	4
53	8	2	17	5
54	7	3	18	6
55	6	4	1	7
56	5	3	2	8
57	6	5	3	4
58	4	6	4	5
59	3	7	5	6
60	2	8	6	9
61	1	9	7	10
62	12	10	8	11
63	11	11	9	12
64	10	12	10	13
65	9	13	11	14
66	8	14	12	15
67	7	15	13	16
68	6	16	14	1
69	5	17	15	2
70	4	1	16	3
71	3	2	17	4
72	2	3	18	5
73	1	4	1	6
74	12	5	2	7
75	11	6	3	8
76	10	7	4	9
77	9	8	5	10
78	10	2	6	11

Вариант задания	Растяжение и сжатие задача РС		Кручение задача Кр	
	рисунок РС, схема №	таблица РС, вариант №	рисунок Кр, схема №	таблица Кр, вариант №
79	11	2	7	12
80	12	2	8	13
81	11	2	9	14
82	10	2	10	15
83	9	16	11	16
84	8	16	12	1
85	7	16	13	2
86	6	15	14	3
87	5	15	15	4
88	4	15	16	5
89	3	14	17	6
90	2	14	18	7
91	1	13	17	8
92	2	13	16	9
93	3	12	15	10
94	4	12	14	11
95	5	12	15	11
96	6	12	16	11
97	7	12	17	11
98	8	12	18	11
99	9	12	1	12
100	11	12	2	12
101	10	12	3	12
102	12	12	4	12
103	1	11	5	12
104	2	11	6	12
105	3	11	7	12
106	4	11	8	12
107	5	11	9	12
108	6	11	10	12
109	7	11	11	12
110	8	11	12	12
111	9	11	13	12
112	10	11	14	12
113	11	11	15	12
114	12	11	16	12
115	1	14	17	12
116	2	14	18	12
117	3	14	1	13
118	4	14	2	13

Вариант задания	Растяжение и сжатие задача РС		Кручение задача Кр	
	рисунок РС, схема №	таблица РС, вариант №	рисунок Кр, схема №	таблица Кр, вариант №
119	5	14	3	13
120	6	14	4	13
121	7	14	5	13
122	8	14	6	13
123	9	14	7	13
124	10	14	8	13
125	11	14	9	13
126	12	14	10	13
127	1	15	11	13
128	2	15	12	13
129	3	15	13	13
130	4	15	14	13
131	5	15	15	13
132	6	15	16	13
133	7	15	17	13
134	8	15	18	13
135	9	15	1	14
136	10	16	2	14
137	11	15	3	14
138	12	15	4	14
139	1	17	5	14
140	2	17	6	14
141	3	17	7	14
142	4	17	8	14
143	5	17	9	14
144	6	17	10	14
145	7	17	11	14
146	8	17	12	14
147	9	17	13	14
148	10	17	14	14
149	11	17	15	14
150	12	17	16	14
151	1	4	17	14
152	2	4	18	14
153	3	4	1	16
154	4	4	2	16
155	5	4	3	16
156	6	4	4	16
157	7	4	5	16

Для заметок





Учебное издание

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания

Составитель

Харкевич Виталий Геннадьевич

Редактор *А. А. Щербакова*

Технический редактор *Н. Г. Тверская*

Подписано в печать 05.07.2017. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman. Ризография.

Уч.-изд. л. 1,7. Усл. печ. л. 2,1.

Тираж 113 экз. Заказ 84.

Учреждение образования

«Могилевский государственный университет продовольствия».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/272 от 04.04.2014 г.

Пр-т Шмидта, 3, 212027, Могилев.

Отпечатано в учреждении образования

«Могилевский государственный университет продовольствия».

Пр-т Шмидта, 3, 212027, Могилев.