

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Могилевский государственный университет продовольствия»

Кафедра прикладной механики

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания, задания и примеры решения
по разделам «Теоретическая механика» и «Сопротивление материалов»
для студентов специальности
1– 91 01 01 Производство продукции и организация общественного питания

Могилев 2014

УДК 531+539.41

Рассмотрено и рекомендовано к изданию
на заседании кафедры прикладной механики
Протокол № 4 от 13.11.2013 г.

Составитель
к. т. н., доцент В.Г. Харкевич

Рецензенты:
к. т. н., доцент М.А. Киркор
к. т. н., доцент О.В. Мацикова

УДК 531+539.41

© Учреждение образования
«Могилевский государственный
университет продовольствия», 2014

Содержание

Введение.....	4
1 Содержание заданий, выбор вариантов, порядок выполнения и оформления работ.....	4
2 Задания по разделу «Теоретическая механика».....	5
2.1 Статика.....	5
2.2 Кинематика.....	8
2.3 Динамика.....	11
3 Задания по разделу «Сопротивление материалов».....	13
3.1 Растяжение и сжатие.....	13
3.2 Кручение.....	14
3.3 Изгиб.....	18
4 Примеры решения по разделу «Теоретическая механика».....	18
5 Примеры решения по разделу «Сопротивление материалов».....	24
6 Номера вариантов заданий по разделу «Сопротивление материалов».....	35

Введение

Настоящие методические указания, задания и примеры решения разработаны для студентов специальности 1– 91 01 01 Производство продукции и организация общественного питания дневной и заочной формы обучения.

Методические указания предназначены для проведения практических занятий, а также для выполнения расчетно-графических и контрольных работ студентами как дневной, так и заочной форм обучения.

Методические указания включают задания и примеры решения по дисциплине «Прикладная механика» по разделам «Теоретическая механика» и «Соппротивление материалов». Каждый из разделов содержит по три задания. Раздел «Теоретическая механика» содержит задания и примеры решения по темам статика, кинематика и динамика, а раздел «Соппротивление материалов» – по темам растяжение (сжатие), кручение и изгиб.

1 Содержание заданий, выбор вариантов, порядок выполнения и оформления работ

К каждой задаче даются соответствующие рисунки и таблица. Таблица содержит дополнительные к условию текста задачи данные. Задача, рисунки и таблица, относящиеся к одной теме задания, имеют одинаковый индекс. Например, к теме *статика* относятся *задача С, рисунок С и таблица С*.

Выбор варианта задания в разделах «Теоретическая механика» и «Соппротивление материалов» отличается. В разделе «Теоретическая механика» студент во всех задачах выбирает номер схемы из соответствующего рисунка по предпоследней цифре шифра, а номер условия из таблицы – по последней. Например, если шифр оканчивается числом 69, то выбираем из соответствующего рисунка схему 6, а из таблицы номер условия 9. В разделе «Соппротивление материалов», ввиду большего разнообразия схем и вариантов условий, номер варианта задания выдает преподаватель, согласно которому студент из таблицы, представленной в разделе 6 настоящих методических указаний, выбирает соответствующую схему рисунка и вариант из таблицы. *Примечание* – Преподавателем может быть представлена другая методика выбора варианта задания.

Оформление работ должно быть выполнено строго в соответствии с СТП СМК 4.2.3-01-2011 «Общие требования и правила оформления учебных текстовых документов».

Каждую задачу необходимо начинать с нового листа либо страницы. Сверху указывается тема и тип задачи, далее вычерчивается *исходная схема* с указанием заданных силовых либо кинематических и др. параметров и кратко записывается, что в задаче дано и что требуется определить (**текст задачи не переписывать**). Далее непосредственно уже в решении задачи вычерчивается *расчетная схема*, чертёж которой **обязательно выполняется в масштабе** с учётом условия заданного варианта задачи. Все углы, действующие силы, число тел и т.д. и их взаимное расположение на чертеже должны

соответствовать условию решаемой задачи. В задачах раздела «Сопротивление материалов» с учетом специфики расчета допускается расчетную схему совмещать с исходной.

Чертёж схемы должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны давать возможность ясно и четко показывать все нагрузки, вектора скоростей и ускорений и др., т.е. он должен легко читаться, а символьные обозначения, изображенные на нем, должны соответствовать таковым в расчетах.

Расчетные схемы или механизмы, изображаемые на чертеже, должны четко выделяться из общего построения, а не сливаться с ним. Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и т.д.) и подробно излагать весь ход расчётов. В конце решения каждой задачи должны быть даны ответы. На каждой странице либо листе следует оставлять поля для замечаний, а сами листы должны быть пронумерованы.

Работы, не отвечающие перечисленным требованиям, не рецензируются и возвращаются на доработку.

Работа, представленная на повторную проверку, должна обязательно прилагаться с замечаниями рецензента. Если замечания незначительные, то допускается выполнять работу над ошибками в конце самой работы. Отдельно от работы исправления не рассматриваются.

На экзамене или зачёте необходимо представить зачтённые по данному разделу курса работу, в которой все отмеченные рецензентом замечания должны быть устранены.

Необходимо помнить, что приведенные в методических указаниях решенные задачи не являются примерами оформления, а предназначены только для более полного понимания и представления методики и хода расчета, построения расчетных схем, эпюр и т.п.

2 Задания по разделу «Теоретическая механика»

2.1 Статика

Задача С

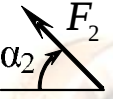
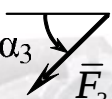
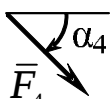
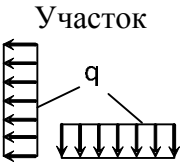
Жесткая рама (рисунок С) закреплена в точке А шарнирно, а в точке В прикреплена или к невесомому стержню BB_1 (стержень прикреплен к раме и к неподвижной опоре шарнирами) или к шарнирной опоре на катках.

На раму действует пара сил с моментом $M = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$, равномерно распределенная нагрузка интенсивности $q = 20 \text{ Н/м}$ и две силы, значения, направления и точки приложения которых указаны в таблице С. В этой же таблице в столбце «Участок» указан вид, направление и место приложения распределенной нагрузки.

Определить и показать на расчетной схеме полные реакции связей в точках А и В, вызываемые заданными нагрузками. При окончательных подсчетах принять $\ell = 0,5 \text{ м}$.

Указания. Задача С на равновесие тела под действием плоской системы сил. При составлении уравнения моментов сил за центр моментов желательно взять точку, в которой пересекаются линии действия двух неизвестных сил реакций связей (на всех схемах данной задачи – это точка А). В этом случае уравнение моментов будет более простым. Для простоты вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно выбранного центра предпочтительно разложить ее на составляющие параллельные координатным осям.

Таблица С – Числовые данные к задаче С

Сила									
	$F_1 = 10 \text{ Н}$	$F_2 = 10 \text{ Н}$	$F_3 = 10 \text{ Н}$	$F_4 = 10 \text{ Н}$					
Номер условия	Точка приложения	a_1^0	Точка приложения	a_2^0	Точка приложения	a_3^0	Точка приложения	a_4^0	
0	–	–	D	60	–	–	H	30	BC
1	E	30	–	–	H	60	–	–	CK
2	K	30	–	–	–	–	H	60	CH
3	D	60	–	–	H	30	–	–	CK
4	–	–	E	30	–	–	K	60	BC
5	–	–	K	60	–	–	E	30	CH
6	H	30	–	–	D	45	–	–	CK
7	–	–	E	45	–	–	H	60	BC
8	D	30	–	–	K	60	–	–	CH
9	–	–	H	60	–	–	E	30	CK

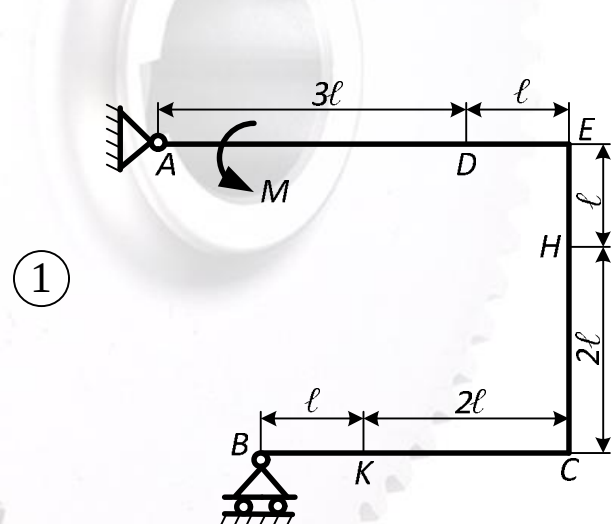
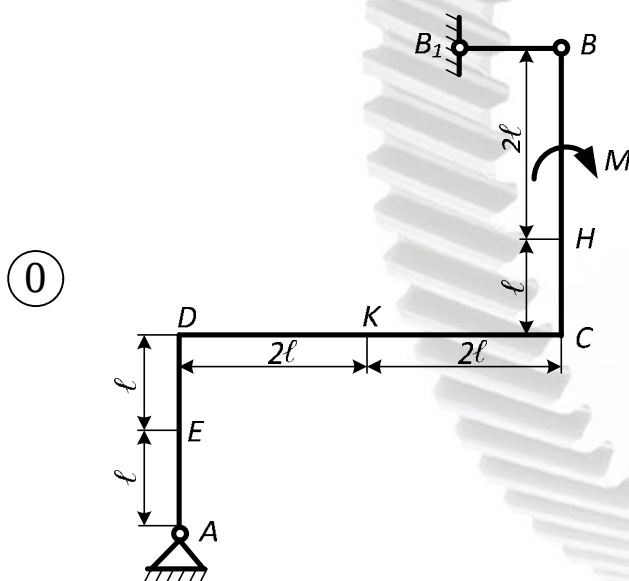
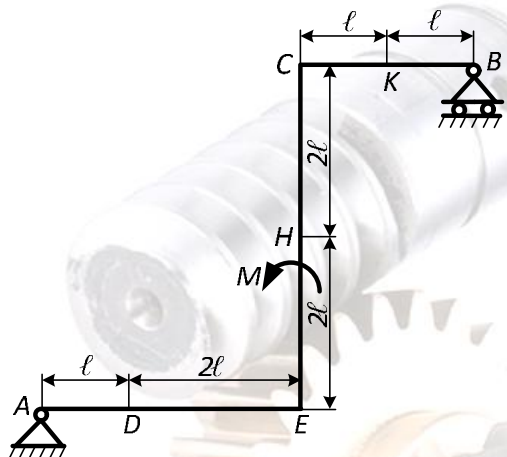
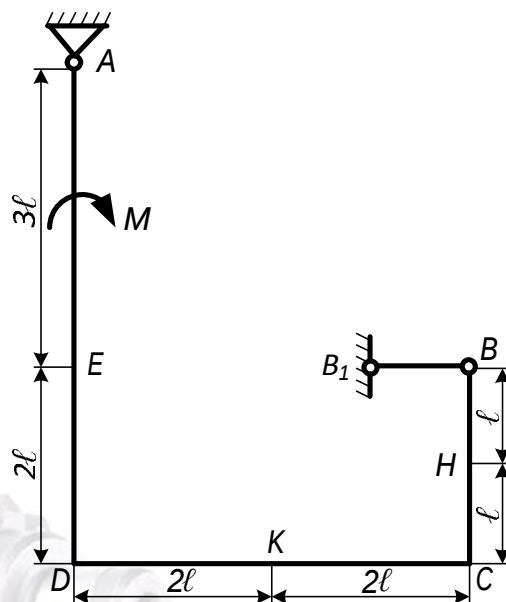


Рисунок С – Расчетные схемы к задаче С, лист 1

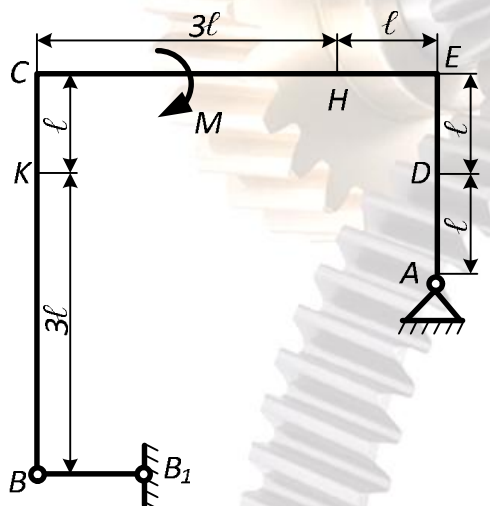
2



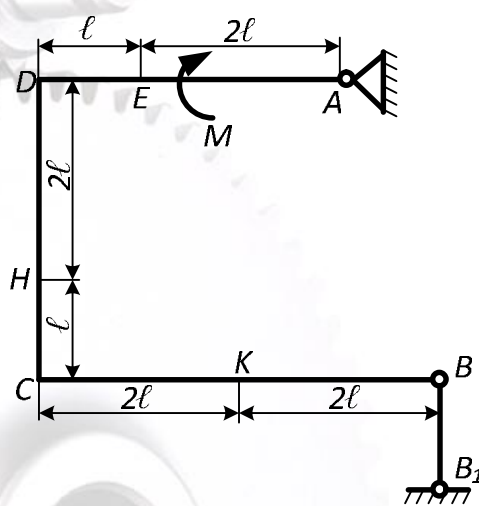
3



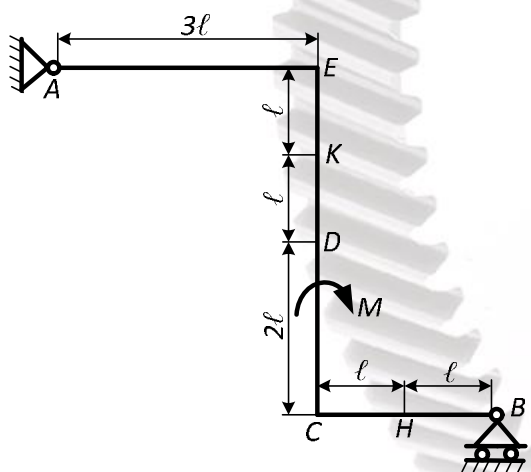
4



5



6



7

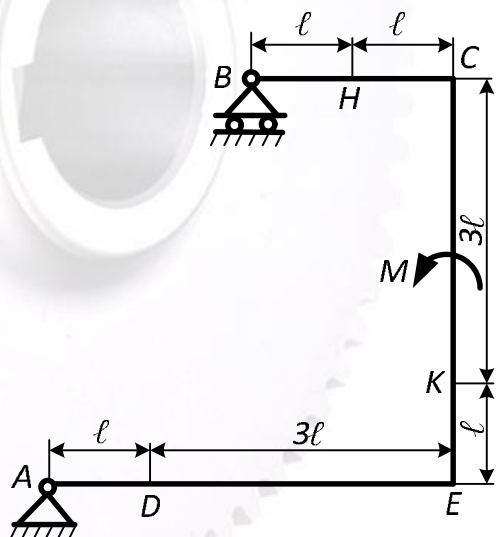


Рисунок С, лист 2

Таблица К – Числовые данные к задаче К

Номер условия	Углы					Дано		
	α^0	b^0	g^0	q^0	φ^0	ω_1 , рад/с	ω_4 , рад/с	V_B , м/с
0	30	120	120	60	0	4	—	—
1	0	60	30	120	0	—	—	6
2	30	150	120	60	0	2	—	—
3	60	60	60	120	90	—	3	—
4	0	120	120	60	0	—	—	10
5	90	120	90	60	90	3	—	—
6	0	150	30	60	0	—	4	—
7	60	150	120	30	90	—	—	8
8	30	120	30	60	0	5	—	—
9	90	150	120	30	90	—	5	—

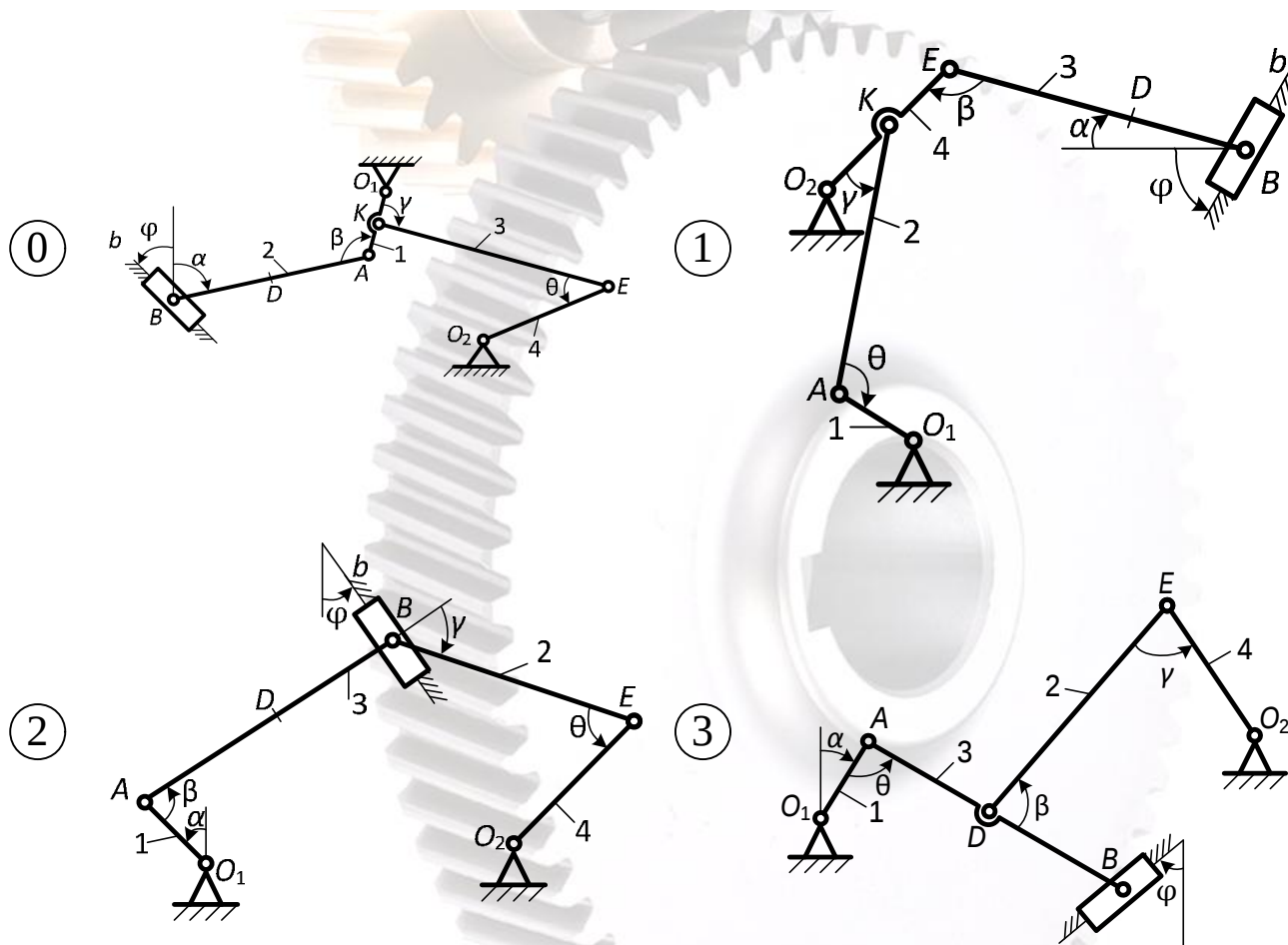


Рисунок К – Расчетные схемы к задаче К, лист 1

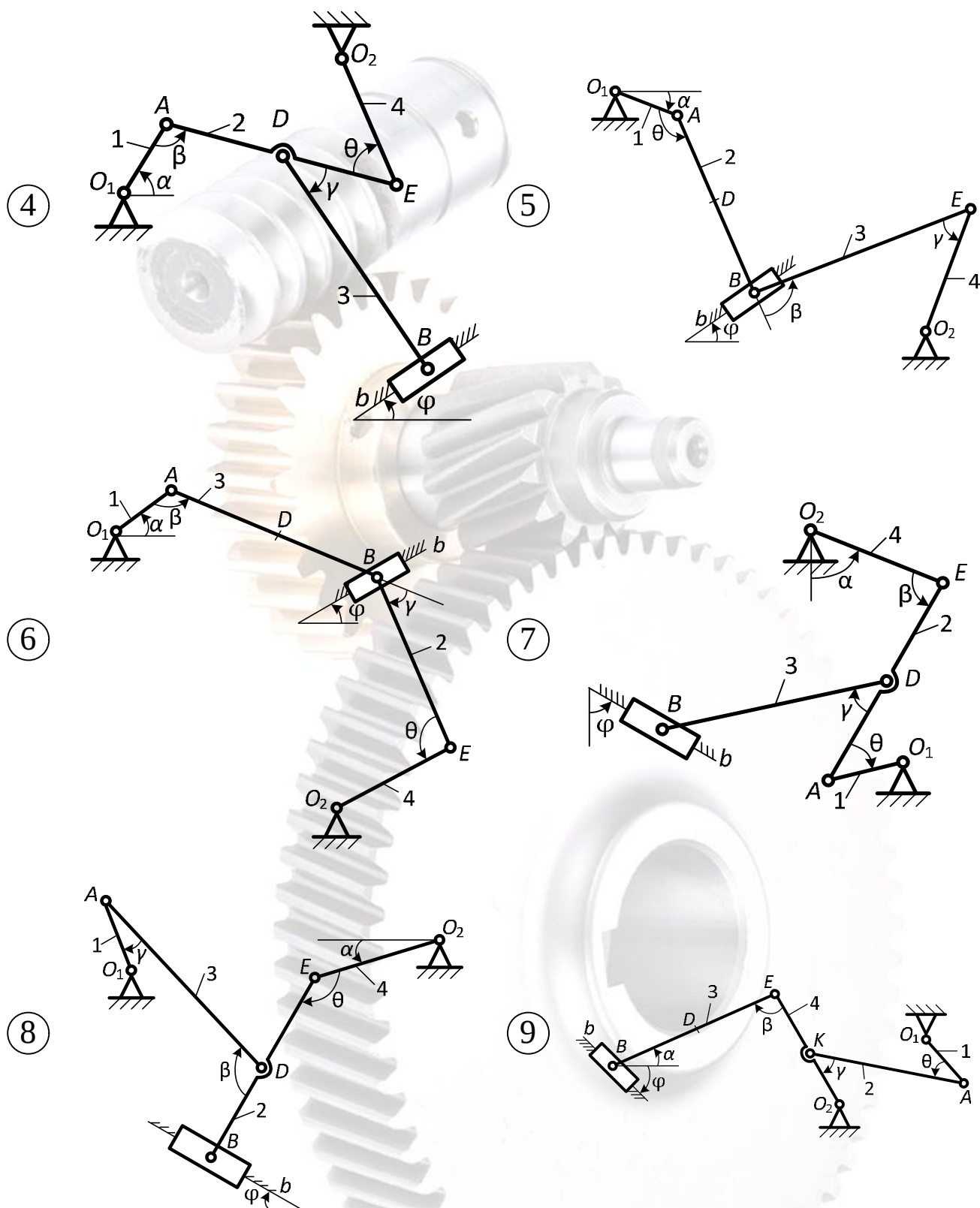


Рисунок К, лист 2

2.3 Динамика

Задача Д

Тонкий гладкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, изогнут так, что состоит из прямолинейного участка и двух дуг окружностей радиуса $R = 0,5 \text{ м}$, $r = 0,6R$, сопряженных в точке K (рисунок Д). На стержень нанизан шар весом P , прикрепленный к пружине с коэффициентом жесткости $c = k \frac{P}{R}$, другой конец пружины закреплен в точке O . Длина пружины в недеформированном состоянии равна l_0 . Шар начинает двигаться без начальной скорости из положения B_0 , определяемого углом α (при $\alpha = 90^\circ$ считать шар чуть смещенным от равновесного положения); достигнув точки B_1 , указанной на схеме, шар освобождается от пружины и дальше движется под действием только силы тяжести. Считая шар материальной точкой, определить, какую скорость он будет иметь, придя в точку D , и с какой силой будет давить на стержень в этой точке (силу давления выразить через вес P шара). Положение точки D , когда она находится на дуге радиуса R , определяется углом β , а на дуге радиуса r – углом γ . На схемах 0 и 3 B_1 произвольная точка дуги ED . Расчетные данные и положение точки D представлены в таблице Д.

Указания. Задача Д на применение теоремы об изменении кинетической энергии точки. Решая задачу, учесть, что теорему можно применить сразу на всем перемещении, совершаемом шаром от начального положения до положения, в котором надо определить его скорость. Когда скорость шара будет найдена, то для определения его силы давления на стержень изобразить шар в том положении, в котором эту силу надо определить, и составить уравнение движения в проекции на нормаль к траектории, направленную к центру соответствующей окружности.

Таблица Д – Числовые данные к задаче Д

Номер условия	Для схем 0-3 рисунка Д					Для схем 4-9 рисунка Д				
	l_0	k	α^0	β^0	γ^0	l_0	k	α^0	β^0	γ^0
0	$0,8R$	8	30	45	–	$2,8R$	8	45	60	–
1	$0,8R$	36	45	–	60	$2,4R$	6	90	–	60
2	$0,4R$	15	60	90	–	$2,2R$	12	60	30	–
3	$0,7R$	6	30	–	0	$2,8R$	4	90	–	30
4	$0,6R$	12	45	90	–	$2,4R$	6	60	90	–
5	$0,4R$	10	45	–	30	$2,6R$	10	45	–	0
6	$0,7R$	50	60	30	–	$2,2R$	10	90	45	–
7	$0,9R$	12	30	–	90	$2,5R$	8	60	–	45
8	$0,7R$	20	45	60	–	$2,6R$	5	90	60	–
9	$0,6R$	30	60	–	45	$3R$	5	45	–	90

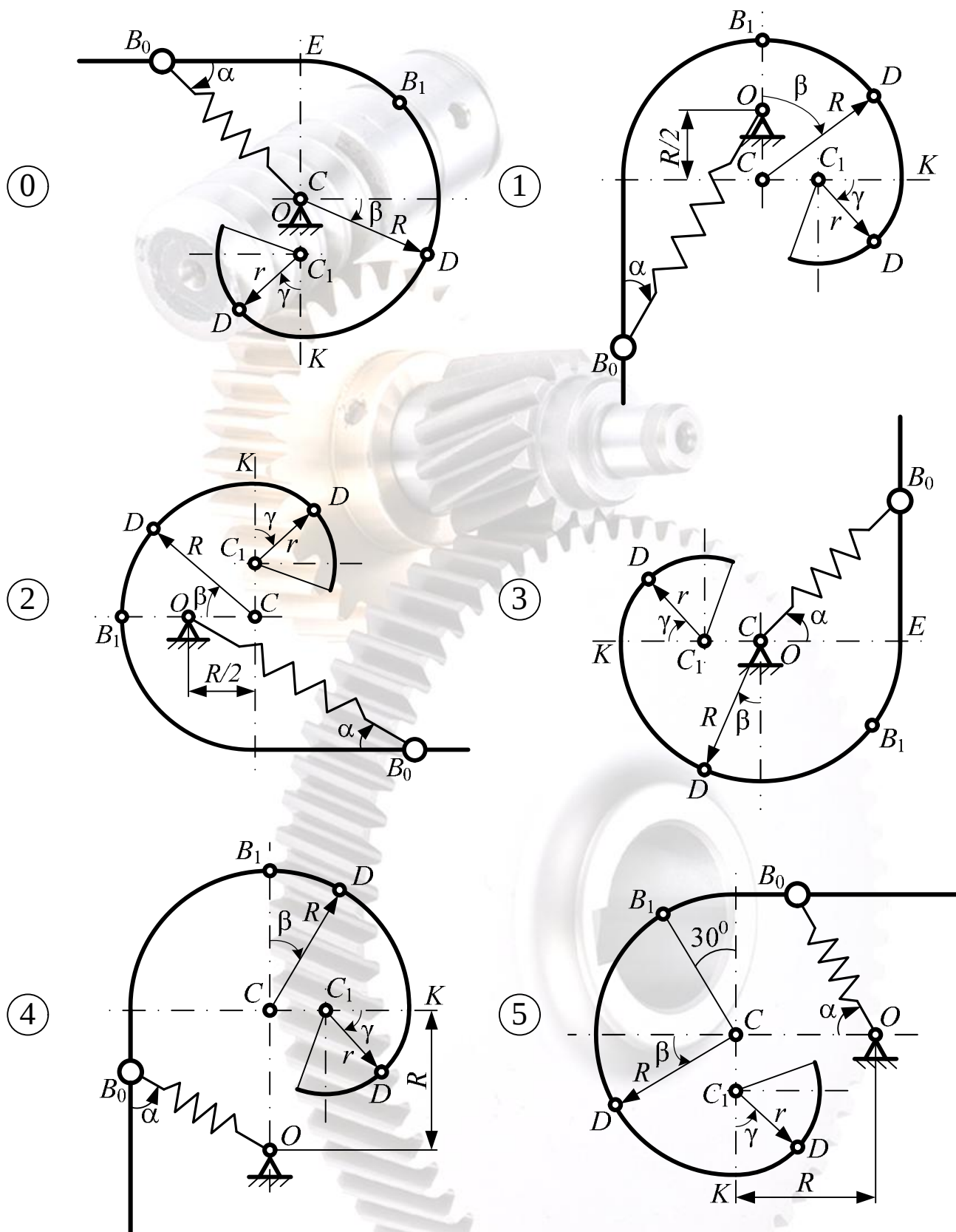


Рисунок Д – Расчетные схемы к задаче Д, лист 1

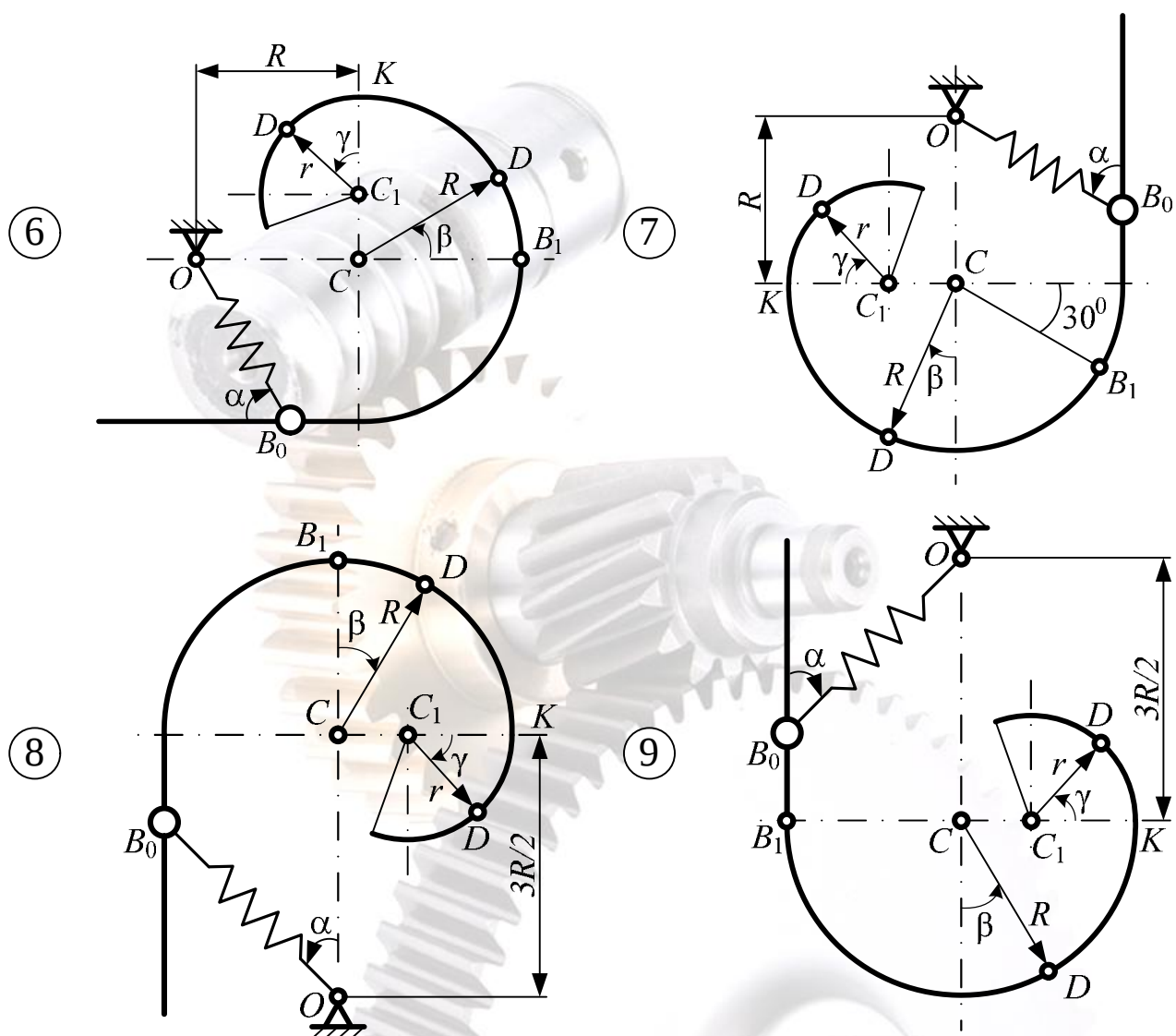


Рисунок Д, лист 2

3 Задания по разделу «Сопротивление материалов»

3.1 Растяжение и сжатие

Задача РС

Стальной стержень ступенчатой формы находится под действием продольных сил F_1 , F_2 и F_3 . Построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений (без учета собственного веса стержня), а также определить величину перемещения сечения I-I. Модуль упругости при растяжении стали $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$. Расчетные схемы представлены на рисунке РС, а числовые данные приведены в таблице РС.

Таблица РС – Числовые данные к задаче РС

Величина	Варианты																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$A, \text{см}^2$	10	15	20	25	30	40	45	50	55	60	50	40	30	35	45	50	60
$a, \text{м}$	2	3	4	3	5	4	3	2	1	4	3	2	4	3	2	4	5
$b, \text{м}$	1	2	3	4	3	2	1	3	4	2	3	3	1	2	3	2	1
$c, \text{м}$	4	3	1	2	1	3	4	3	3	2	3	4	2	1	4	1	3
$F_1, \text{кН}$	40	50	60	70	60	50	40	30	40	50	60	70	80	90	10	20	30
$F_2, \text{кН}$	30	20	10	10	20	20	30	40	30	40	10	40	40	30	80	70	90
$F_3, \text{кН}$	10	30	40	40	50	60	70	60	50	60	80	30	40	20	30	20	20

3.2 Кручение

Задача Кр

К стальному ступенчатому стержню, имеющему сплошное круглое поперечное сечение, приложены крутящие моменты. Левый конец стержня жестко закреплен в опоре, а правый конец – свободен. Расчетные схемы представлены на рисунке Кр, а числовые данные приведены в таблице Кр. Требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов по длине стержня;
- 2) из расчета на прочность при заданном значении допускаемого напряжения на кручение $[t]$ определить диаметры d_1 и d_2 стержня, полученные значения округлить;
- 3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине стержня;
- 4) построить эпюру углов поворота сечений, приняв модуль упругости при сдвиге $G = 0,8 \times 10^5 \text{ Н/мм}^2$.

Таблица Кр – Числовые данные к задаче Кр

Варианты	Расстояния, м			Моменты, кН·м				$[t], \text{Н/мм}^2$
	a	b	c	T_1	T_2	T_3	T_4	
1	1,5	2	1	4	3	1	2	55
2	1	1,5	3	4,5	2	1,2	0,2	60
3	2	1	2	5	3	0,5	1,5	50
4	3	2	1	4,2	2,5	1,2	0,5	60
5	2	1	1	3,5	1,2	1,5	0,8	45
6	1	2	1	5,5	0,5	2,5	0,5	50
7	1,2	1	1	8,5	2	3,5	1,5	70
8	2	1	1,5	6,5	1,5	0,5	1,5	60
9	1	1,2	0,8	6,5	0,5	1,5	2	65
10	0,8	0,5	0,5	9	1,5	2,5	0,5	70
11	1	1	1	8	2,5	1,5	1	80
12	1,2	1,5	2	7	2	1,5	1	70
13	0,6	1	2	6	1,8	1,2	0,5	60
14	1	1,2	2,5	5	2	1	0,8	50
15	1,5	1,2	1	4,5	1,5	1	0,5	50
16	1	2	1	6,5	1,5	2	1	60

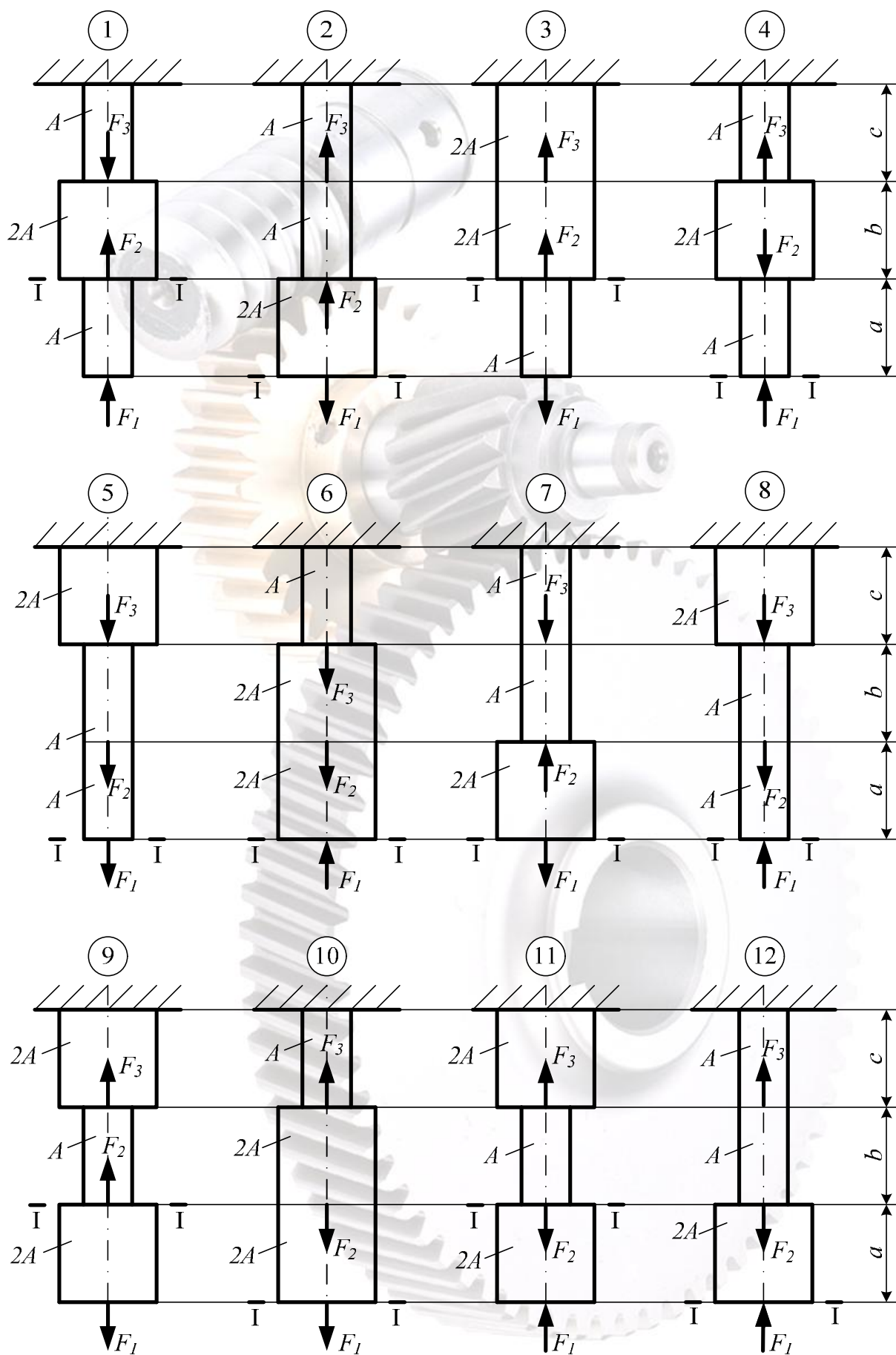


Рисунок РС – Расчетные схемы к задаче РС

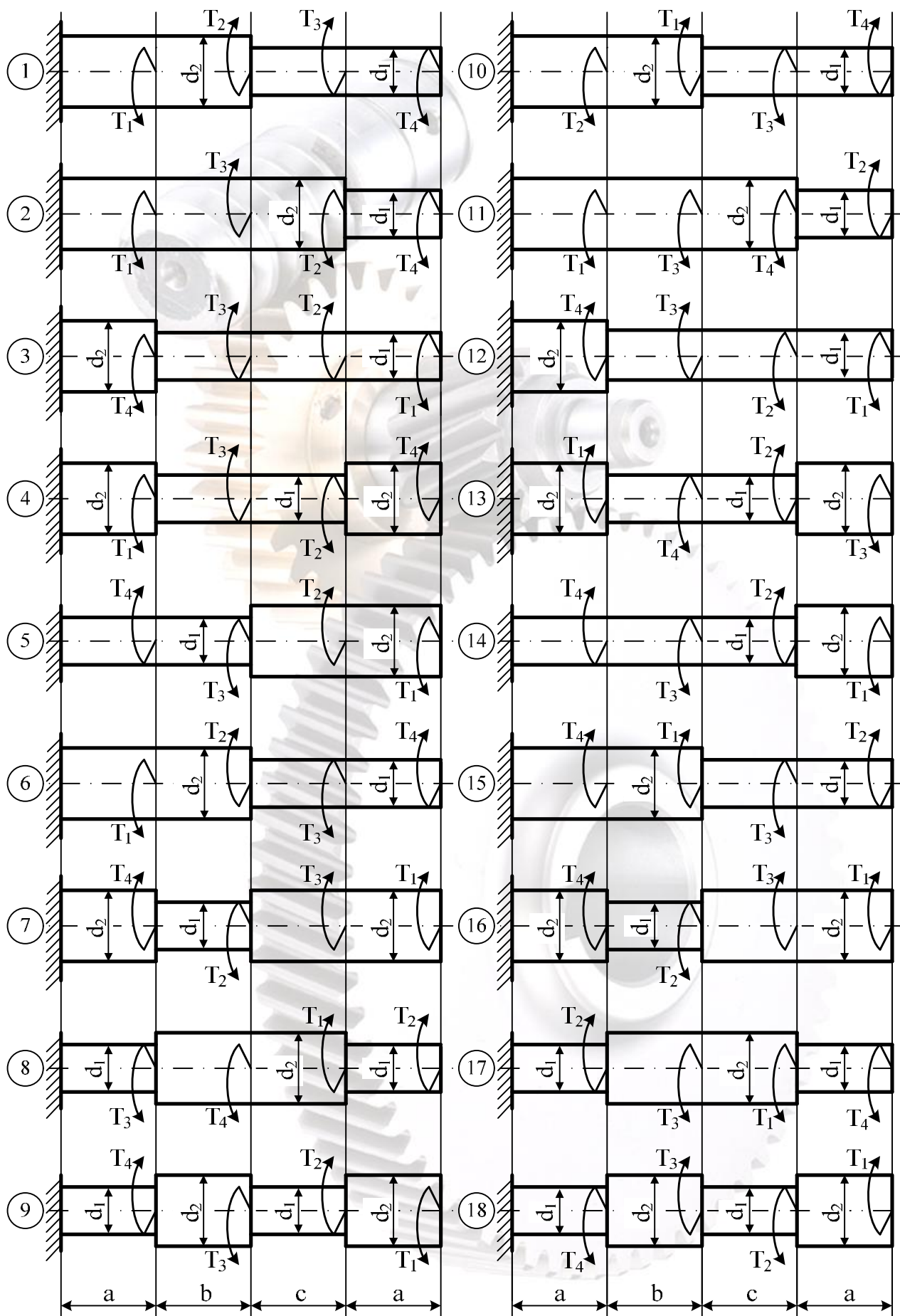


Рисунок Кр – Расчетные схемы к задаче Кр

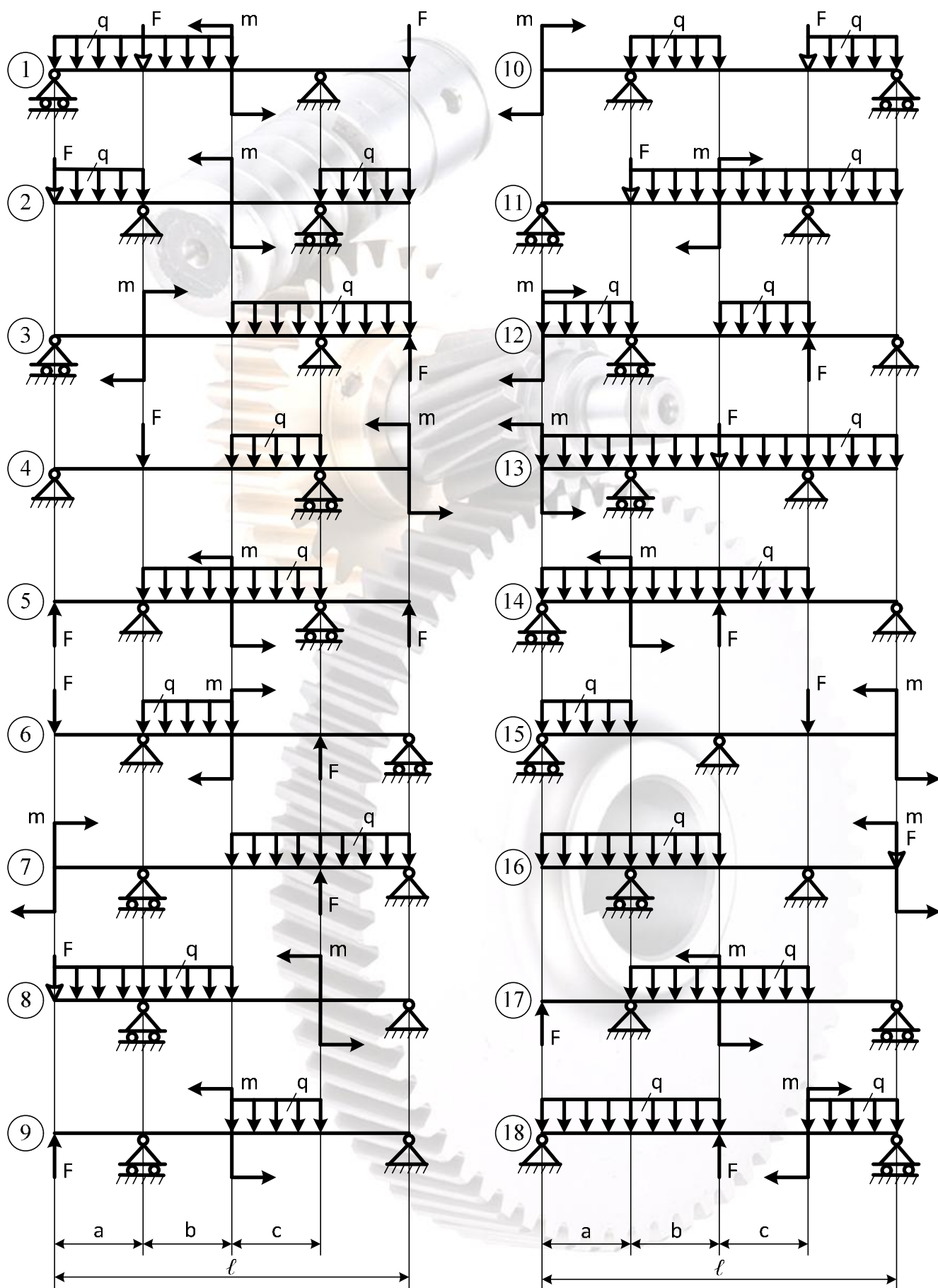


Рисунок II – Расчетные схемы к задаче II

3.3 Изгиб

Задача И

Для заданной схемы балки требуется написать выражения поперечной силы Q и изгибающего момента M для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и M , найти $M_{\max}$ и подобрать стандартную стальную балку двутаврового поперечного сечения при $[\sigma] = 160 \text{ Н/мм}^2$. Расчетные схемы представлены на рисунке И, а числовые данные приведены в таблице И.

Таблица И – Числовые данные к задаче И

Варианты	Величины						
	а, м	в, м	с, м	l, м	Изгибающий момент m , кНм	Сосредоточенная сила F , кН	Равномерно распределенная нагрузка q , кН/м
1	1	2	3	8	5	8	8
2	1,5	2,5	2	9	6	10	6
3	2	1,5	1,5	8	7	9	10
4	1,8	1,2	2	6	8	10	12
5	2	1,5	1,5	7	8	10	8
6	1,5	2,5	2	8	6	6	10
7	1	1,5	1,5	7	10	8	12
8	1,7	1,3	3	8	10	6	8
9	2	1,6	1,4	7	8	6	10
10	1,6	2	1,4	8	6	8	12

4 Примеры решения по разделу «Теоретическая механика»

Задача С

Дано: $F=20 \text{ кН}$ (сила приложена в т. D), $\alpha=60^\circ$, $q=10 \text{ кН/м}$ (вертикальный участок EK), $M=60 \text{ кН м}$, $l=0,4 \text{ м}$, $\beta=30^\circ$.

Согласно условию задачи в соответствии с вариантом, скомпонуем исходную схему (см. рисунок С1).

Требуется: определить $\bar{R}_A$ и $\bar{R}_B$, показать их направление на схеме.

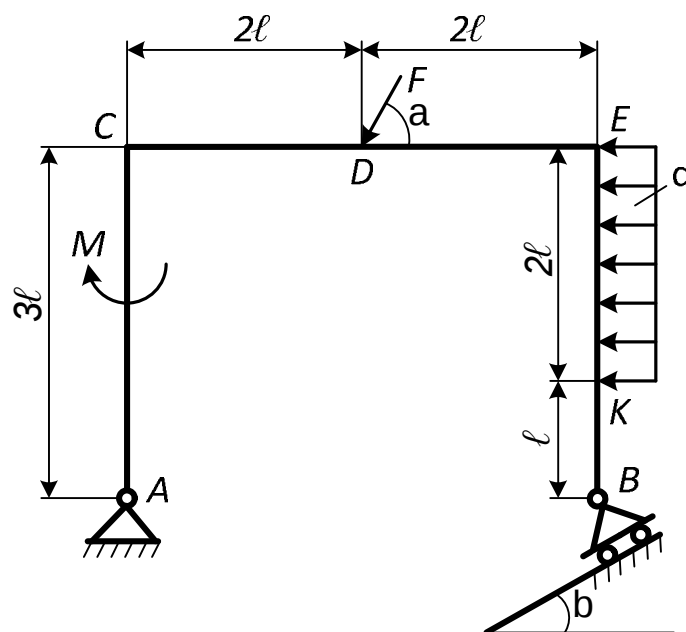


Рисунок С1 – Исходная схема

Решение. При решении данной задачи необходимо составить расчетную схему (см. рисунок С2). Для этого рассмотрим равновесие рамы. Проведем через точку A координатные оси x и y и покажем действующие на раму усилия: момент M , силы F_x , F_y и Q .

F_x и F_y являются проекциями силы $\vec{F}$ на соответствующие координатные оси, которые определяются по выражениям $F_x = F \cos \alpha$ и $F_y = F \sin \alpha$.

Q – сосредоточенная сила, которой мы условно заменяем действие на балку распределенной нагрузки интенсивностью q . В нашем случае она будет приложена в центре участка EK и определяться по выражению $Q = q \times 2l$.

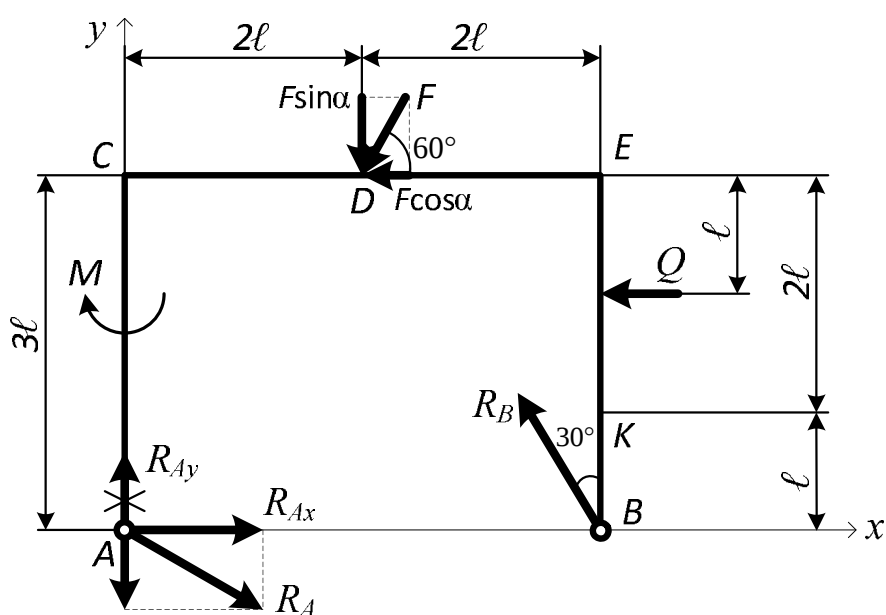


Рисунок С2 – Расчетная схема

Реакцию $\bar{R}_A$ неподвижной шарнирной опоры A изображаем в виде проекций R_{Ax} и R_{Ay} на координатные оси x, y . Реакцию $\bar{R}_B$ шарнирной опоры на катках B направляем перпендикулярно опорной плоскости (см. рисунок С2).

Для полученной плоской системы сил составляем три уравнения равновесия.

$$\sum F_{ix} = R_{Ax} - F \cos a - Q - R_B \sin b = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = R_{Ay} - F \sin a + R_B \cos b = 0; \quad (2)$$

$$\sum m_A(\bar{F}_i) = -M + F \cos a \times 3l - F \sin a \times 2l + Q \times 2l + R_B \cos b \times 4l = 0. \quad (3)$$

Подставив в уравнения (1), (2) и (3) числовые значения заданных величин и решив эти уравнения (решение не представлено), определяем искомые величины. Из (3) находим $R_B = 40$ кН, подставив в (1) и (2) соответственно имеем $R_{Ax} = 38$ кН и $R_{Ay} = -17$ кН.

Реакция R_{Ay} оказалась отрицательной, следовательно она имеет направление противоположное к указанному на рисунке С2. Меняем ее направление на схеме и определяем полную составляющую R_A , показывая ее на расчетной схеме (см. рисунок С2).

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{38^2 + 17^2} = 41,6 \text{ кН}.$$

Ответ: $R_A = 41,6$ кН, $R_B = 40$ кН.

Задача К

Дано: $\omega_1 = 2$ рад/с, $\varepsilon_1 = 10$ рад/с², $l_1 = 0,4$ м, $l_2 = 1,2$ м, $l_3 = 1$ м, $l_4 = 0,8$ м, $a = 60^\circ$, $b = 120^\circ$, $q = 60^\circ$, $g = 30^\circ$ и $j = 90^\circ$.

Требуется: для механизма (см. рисунок К1) определить и показать на схеме $\bar{V}_A$, $\bar{V}_B$, $\bar{V}_D$, $\bar{V}_E$, ω_2 , ω_3 , ω_4 и a_A .

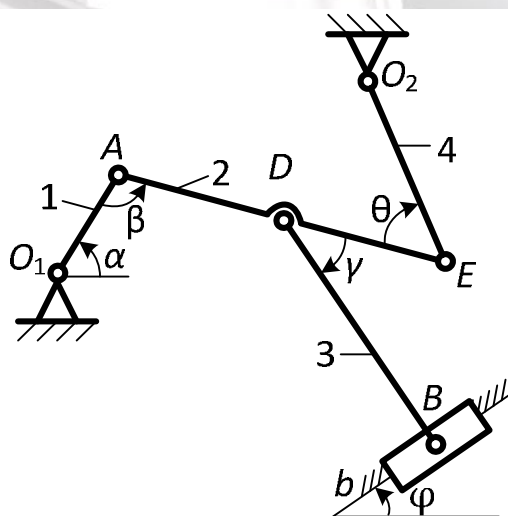


Рисунок К1 – Исходная схема

Решение. Строим положение механизма в соответствии с заданными углами (см. рисунок К2). В данном механизме стержни 1 и 4 вращаются, стержни 2 и 3 совершают плоское движение.

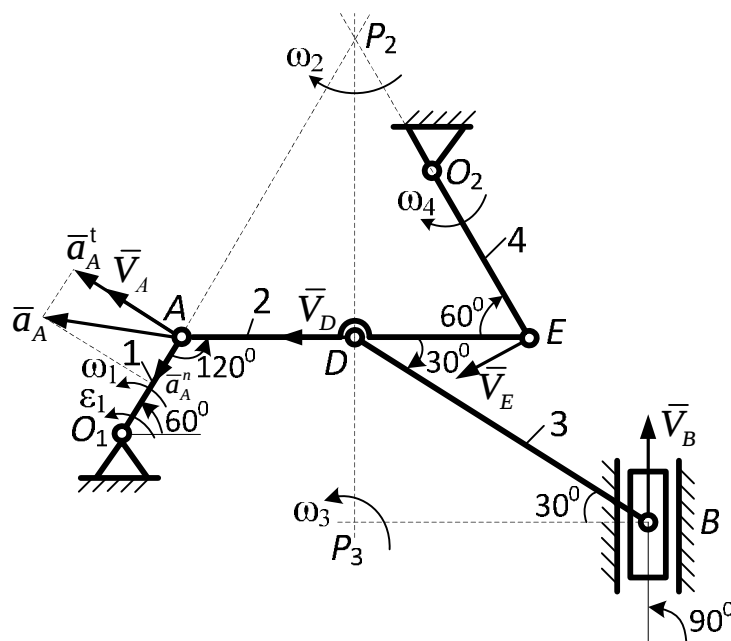


Рисунок К2 – Расчетная схема

Определяем $\bar{V}_A$. $V_A = \omega_1 \times l_1 = 2 \times 0,4 = 0,8$ м/с. $\bar{V}_A \perp O_1A$ и направлена в сторону вращения кривошипа O_1A . Точка A принадлежит одновременно и стержню AE . Чтобы для стержня AE построить мгновенный центр скоростей (МЦС), необходимо знать линию, вдоль которой направлена скорость еще какой-либо точки данного стержня. В нашем случае это точка E , которая также принадлежит и стержню O_2E , так как стержень 4 совершает вращательное движение, то $\bar{V}_E \perp O_2E$. Восстановив из точек A и E перпендикуляры к направлениям их скоростей, найдем положение МЦС точку P_2 стержня AE (см. рисунок К2). Скорость точки A как точки стержня AE , который совершает мгновенное вращательное движение вокруг центра P_2 , будет определяться по формуле $V_A = \omega_2 \times P_2A$, откуда

$$\omega_2 = \frac{V_A}{P_2A} = \frac{0,8}{1,2} = 0,67 \text{ рад/с.}$$

Направление ω_2 устанавливаем по направлению $\bar{V}_A$ по отношению к мгновенному центру скоростей P_2 стержня AE .

Определяем величину $\bar{V}_E$ и $\bar{V}_D$:

$$V_E = \omega_2 \times P_2E = 0,67 \times 1,2 = 0,8 \text{ м/с,}$$

$$V_D = \omega_2 \times P_2D = \omega_2 \times P_2A \sin 60^\circ = 0,67 \times 1,2 \times 0,866 = 0,7 \text{ м/с.}$$

$\bar{V}_D \perp P_2D$. Направление $\bar{V}_E$ и $\bar{V}_D$ устанавливаем в соответствии с направлением ω_2 .

Аналогично, зная величину и направление $\bar{V}_D$ (точка D – это также и точка стержня DB) и учитывая, что $\bar{V}_B$ направлена вдоль вертикальных направляющих, строим МЦС P_3 для стержня DB и с его помощью определяем ω_3 и $\bar{V}_B$:

$$V_D = \omega_3 \times P_3 D, \text{ откуда } \omega_3 = \frac{V_D}{P_3 D} = \frac{V_D}{l_3 \sin 30^\circ} = \frac{0,7}{1 \times 0,5} = 1,4 \text{ рад/с},$$

$$V_B = \omega_3 \times P_3 B = \omega_3 \times l_3 \cos 30^\circ = 1,4 \times 0,866 = 1,2 \text{ м/с}.$$

Направление ω_3 устанавливаем по направлению $\bar{V}_D$ по отношению к МЦС P_3 стержня DB . $\bar{V}_B$ направляем в соответствии с направлением ω_3 .

$$\text{Определяем } \omega_4. V_E = \omega_4 \times O_2 E, \text{ откуда } \omega_4 = \frac{V_E}{O_2 E} = \frac{0,8}{0,8} = 1 \text{ рад/с}.$$

Направление ω_4 стержня $O_2 E$ относительно точки O_2 устанавливаем по направлению $\bar{V}_E$.

Определим и покажем на схеме ускорение $\bar{a}_A$.

$$a_A = \sqrt{(a_A^t)^2 + (a_A^n)^2} = \sqrt{4^2 + 1,6^2} = 4,3 \text{ м/с}^2,$$

где $\bar{a}_A^t$ и $\bar{a}_A^n$ соответственно касательная и нормальная составляющая $\bar{a}_A$

$$a_A^t = e_1 \times O_1 A = 10 \times 0,4 = 4 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^n = \omega_1^2 \times O_1 A = 2^2 \times 0,4 = 1,6 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $V_A = 0,8 \text{ м/с}$, $V_B = 1,2 \text{ м/с}$, $V_D = 0,7 \text{ м/с}$, $V_E = 0,8 \text{ м/с}$, $\omega_2 = 0,67 \text{ рад/с}$, $\omega_3 = 1,4 \text{ рад/с}$, $\omega_4 = 1 \text{ рад/с}$, $a_A = 4,3 \text{ м/с}^2$.

Задача Д

Дано: P , $R = 0,6 \text{ м}$, $r = 0,5R$, $l_0 = 1,2R$, $c = k \frac{P}{R}$, $k = 10$, $v_0 = 0$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

Определить: скорость шара $\bar{v}_D$ и силу давления шара $\bar{N}_D$ на стержень в точке D согласно схемы (см. рисунок Д1).

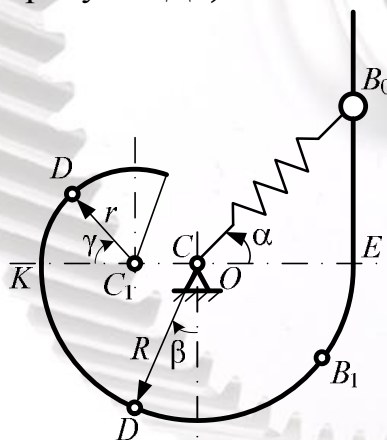


Рисунок Д1 – Исходная схема

Решение. Для определения $\bar{v}_D$ рассмотрим шар в произвольном положении (см. рисунок Д2). Изобразим действующие на него силы: $\bar{P}$ (сила тяжести), $\bar{N}$ (реакция стержня), $\bar{F}$ (сила упругости пружины, действующая на участке B_0B_1) и применим теорему об изменении кинетической энергии точки на участке B_0D .

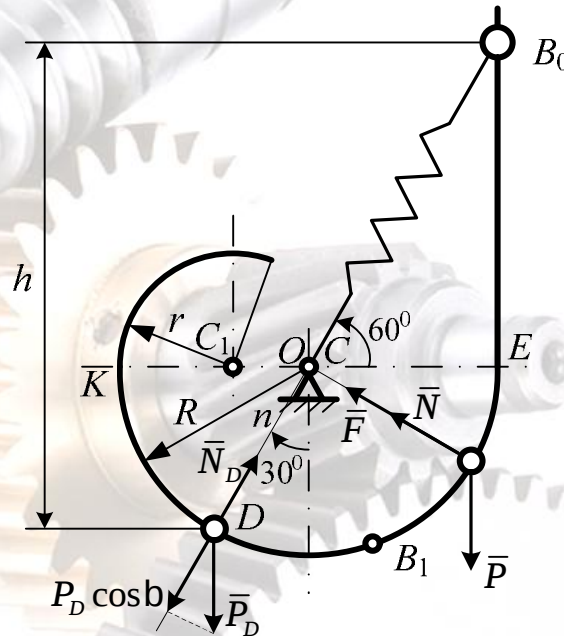


Рисунок Д2 – Расчетная схема

$$\frac{mv_D^2}{2} - \frac{mv_{B_0}^2}{2} = A(\bar{P}) + A(\bar{N}) + A(\bar{F}) \quad (1)$$

$A(\bar{N}) = 0$, т.к. сила $\bar{N}$ перпендикулярна перемещению.

$$A(\bar{P}) = P \times h = P \times (R \operatorname{tg} \alpha + R \cos \beta) = P \times (0,6 \operatorname{tg} 60^\circ + 0,6 \cos 30^\circ) = 1,56P.$$

Работа силы упругости $\bar{F}$ на перемещении B_0B_1 определяется по формуле:

$$A(\bar{F}) = \frac{c}{2} (l_0^2 - l_1^2) = \frac{kP}{2R} (l_0^2 - l_1^2), \quad (2)$$

где l_0 и l_1 – начальное и конечное удлинение пружины:

$$l_0 = OB_0 - l_0 = \frac{R}{\cos 60^\circ} - 1,2R = 0,8R;$$

$$l_1 = OB_1 - l_0 = R - 1,2R = -0,2R.$$

При $k = 10$ из равенства (2) имеем:

$$A(\bar{F}) = \frac{kP}{2R} ((0,8R)^2 - (-0,2R)^2) = \frac{10P}{2 \times 0,6} ((0,8 \times 0,6)^2 - (-0,2 \times 0,6)^2) = 1,8P.$$

Подставляя найденные значения работ в уравнение (1), и учитывая, что $v_0 = 0$, а $m = \frac{P}{g}$, определим из него искомую скорость v_D :

$$v_D = \sqrt{\frac{2g(0 + 1,56P + 1,8P)}{P}} = \sqrt{\frac{2 \times 9,81 \times (0 + 1,56P + 1,8P)}{P}} = 8,1 \text{ м/с}.$$

Для определения искомой силы давления рассмотрим шар в точке D и приложим к нему силу тяжести $\bar{P}_D$ и реакцию $\bar{N}_D$ (см. рисунок Д2). Основное уравнение динамики $m\bar{a} = \bar{P}_D + \bar{N}_D$ спроектируем на нормальную ось n , проведенную из точки D к центру C .

$$ma_n = N_D - P_D \cos b.$$

Учитывая, что $a_n = \frac{v_D^2}{R}$, а $m = \frac{P_D}{g}$ получим $\frac{P_D}{g} \times \frac{v_D^2}{R} = N_D - P_D \cos b$.

Откуда $N_D = \frac{P_D}{g} \times \frac{v_D^2}{R} + P_D \cos b = \frac{P_D}{9,81} \times \frac{8,1^2}{0,6} + P_D \cos 30^\circ = 12P_D \text{ Н}.$

Сила давления шара на стержень численно равна N_D , но направлена в противоположную сторону.

Ответ: $v_D = 8,1 \text{ м/с}$, $N_D = 12P \text{ Н}.$

5 Примеры решения по разделу «Сопротивление материалов»

Задача РС

Дано: $A = 30 \text{ см}^2$, $a = 2 \text{ м}$, $b = 1 \text{ м}$, $c = 2 \text{ м}$, $F_1 = 30 \text{ кН}$, $F_2 = 50 \text{ кН}$, $F_3 = 60 \text{ кН}$.

Требуется: построить эпюры продольных сил, напряжений и перемещений (без учета собственного веса стержня), а также определить величину перемещения сечения I-I (см. рисунок РС1, а).

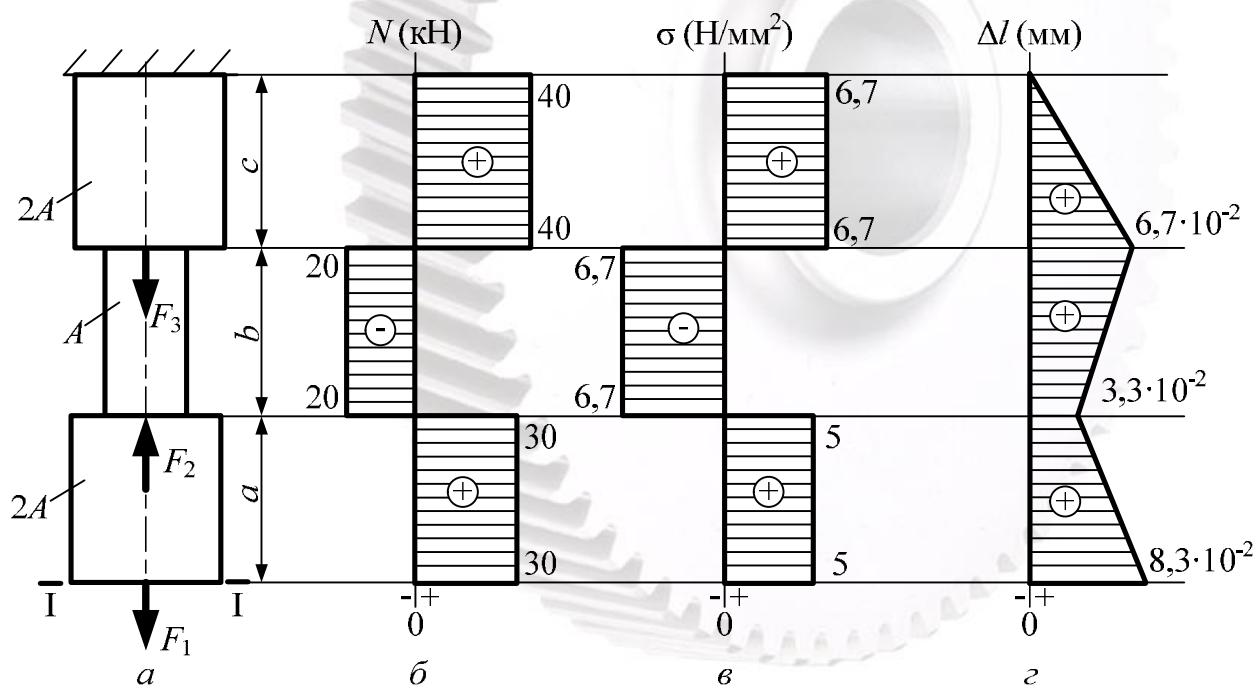


Рисунок РС1 – Схема нагружения стержня, эпюры внутренних продольных сил, нормальных напряжений и перемещений в поперечных сечениях стержня

Решение

1) Определим внутренние силы, возникающие в поперечных сечениях стержня под действием внешних продольных сил F_1 , F_2 , F_3 . Для этого воспользуемся методом сечений. На участке длиной «а» проведём сечение 1-1 и рассмотрим равновесие нижней от сечения части стержня (см. рисунок PC2 а). Действие мысленно отброшенной верхней от сечения части стержня заменим внутренней силой N_1 . Под действием приложенных сил, рассматриваемая часть стержня находится в равновесии. Следовательно:

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{ix} = F_1 - N_1 = 0, \quad N_1 = F_1 = 30 \text{ кН.}$$

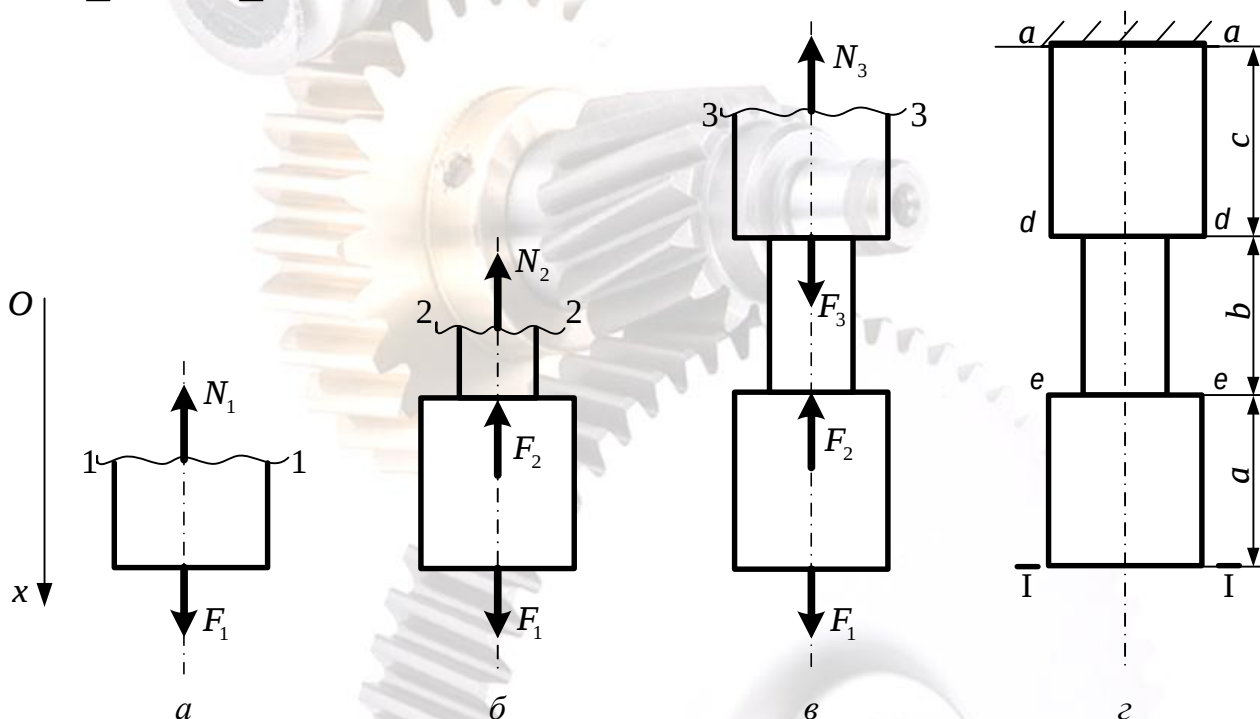


Рисунок PC2 – Силы, действующие на отсеченные части стержня

Аналогично определим внутренние силы в сечениях 2-2 и 3-3 стержня (см. рисунок PC2 б и в соответственно).

Сечение 2-2:

$$\sum F_{ix} = F_1 - F_2 - N_2 = 0, \text{ откуда } N_2 = F_1 - F_2 = 30 - 50 = -20 \text{ кН.}$$

Знак «-» означает, что сила N_2 направлена в противоположную сторону от указанной на схеме, т.е. эта сила сжимает стержень.

Сечение 3-3:

$$\sum F_{ix} = F_1 - F_2 + F_3 - N_3 = 0, \text{ откуда } N_3 = F_1 - F_2 + F_3 = 30 - 50 + 60 = 40 \text{ кН.}$$

Положительное значение силы $\bar{N}_3$ указывает на то, что в этой части стержень растянут.

Строим эпюру (график распределения) внутренних усилий в поперечных сечениях стержня по его длине (см. рисунок PC1 б).

2) Определим нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{30 \times 10^3}{2 \times 30 \times 10^2} = 5 \text{ Н/мм}^2,$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{-20 \times 10^3}{30 \times 10^2} = -6,7 \text{ Н/мм}^2,$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = \frac{40 \times 10^3}{2 \times 30 \times 10^2} = 6,7 \text{ Н/мм}^2.$$

Строим эпюру нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня (см. рисунок РС1, в).

3) Определим перемещения характерных сечений стержня по его длине: $a - a$, $d - d$, $e - e$, $I - I$ (см. рисунок РС2 г).

Перемещение сечения $a - a$ равно нулю, так как в этом сечении стержень жёстко прикреплен к опоре:

$$\Delta l_{a-a} = 0.$$

Перемещение сечения $d - d$

$$\Delta l_{d-d} = \frac{\sigma_3 \times l}{E} = \frac{6,7 \times 2 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 0,067 \text{ мм.}$$

Сечение $e - e$ стержня перемещается вместе с сечением $d - d$ и одновременно относительно его. Поэтому

$$\Delta l_{e-e} = \Delta l_{d-d} + \frac{\sigma_2 \times b}{E} = 0,067 + \frac{-6,7 \times 1 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 0,033 \text{ мм.}$$

Аналогично определим перемещение концевого сечения $I - I$

$$\Delta l_{I-I} = \Delta l_{e-e} + \frac{\sigma_1 \times a}{E} = 0,033 + \frac{5 \times 2 \times 10^3}{2 \times 10^5} = 0,083 \text{ мм.}$$

Строим эпюру перемещений сечений стержня (см. рисунок РС1 г).

Задача Кр

Дано: стальной ступенчатый стержень сплошного круглого поперечного сечения (см. рисунок КР а), $T_1 = 4,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $T_2 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $T_3 = 3 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $T_4 = 7,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $a = 1,5 \text{ м}$, $b = 2 \text{ м}$, $c = 1 \text{ м}$, $[t] = 60 \text{ Н/мм}^2$, $G = 0,8 \times 10^5 \text{ Н/мм}^2$.

Требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов по длине стержня;
- 2) из расчёта на прочность при заданном значении допускаемого напряжения на кручение определить диаметры d_1 и d_2 стержня;
- 3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине стержня;
- 4) построить эпюру углов поворота сечений.

Решение

1) Для определения крутящих моментов, возникающих в поперечных сечениях стержня, воспользуемся методом сечений. Разобьём стержень на участки I, II, III, IV (см. рисунок КР а). На участке I мысленно проведём сечение 1-1, которое рассечёт стержень на две части. Рассмотрим равновесие правой от сечения части стержня, на которую действует внешний момент T_1 и внутренний крутящий момент T_I , которым мы заменили действие отброшенной левой части. Крутящий момент, возникающий в сечении, считается положительным, если при взгляде со стороны торца отсечённой части стержня, действующий на него внешний момент виден направленным по ходу часовой стрелки. Если на отсечённую часть стержня действует несколько внешних моментов, то крутящий момент в рассматриваемом сечении будет равен алгебраической сумме внешних моментов, расположенных по одну сторону от сечения. Найдём значения крутящих моментов, возникающих в поперечных сечениях рассматриваемых участков стержня.

$$T_I = T_1 = 4,5 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$T_{II} = T_1 - T_2 = 4,5 - 2 = 2,5 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$T_{III} = T_1 - T_2 + T_3 = 4,5 - 2 + 3 = 5,5 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$T_{IV} = T_1 - T_2 + T_3 - T_4 = 4,5 - 2 + 3 - 7,5 = -2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Строим эпюру крутящих моментов (см. рисунок КР, б).

2) Определяем диаметры вала d_1 и d_2 из условия прочности при кручении:

$$t_{\max} \leq [\tau] \text{ или } t_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_p} \leq [\tau]. \text{ Откуда } W_p \geq \frac{T_{\max}}{[\tau]},$$

где W_p – полярный момент сопротивления сечения вала,

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение при кручении.

$$\text{Для круглого сечения } W_p = 0,2d^3, \text{ следовательно, } d \geq \sqrt[3]{\frac{T_{\max}}{0,2[\tau]}},$$

где $T_{\max}$ – максимальное значение крутящего момента в сечении вала, в котором определяется его диаметр.

При определении значения d_1 (участки I, II) $T_{\max} = T_I = 4,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

При определении значения d_2 (участки III, IV) $T_{\max} = T_{III} = 5,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

$$\text{Тогда } d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{4,5 \times 10^6}{0,2 \times 60}} = 72 \text{ мм}, \quad d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{5,5 \times 10^6}{0,2 \times 60}} = 77 \text{ мм}.$$

Полученные значения диаметров d_1 и d_2 округляем до ближайшего большего значения кратного пяти. Принимаем $d_1 = 75 \text{ мм}$, $d_2 = 80 \text{ мм}$.

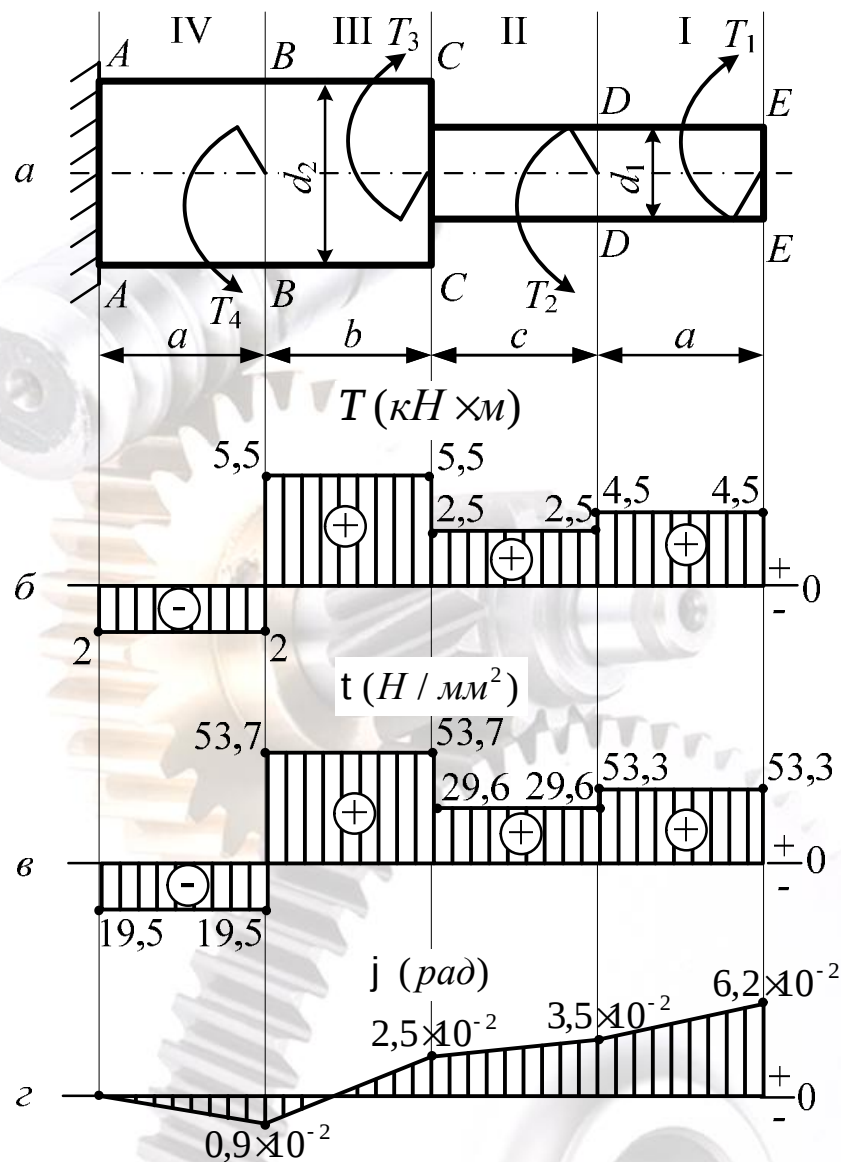


Рисунок Кр – Схема нагружения вала, эпюры крутящих моментов, действительных напряжений кручения и углов поворота сечений вала

3) Определяем действительные напряжения кручения в сечениях вала по его длине:

$$t_I = \frac{T_I}{W_{r_1}} = \frac{T_I}{0,2d_1^3} = \frac{4,5 \times 10^6}{0,2 \times 75^3} = 53,3 \text{ Н/мм}^2,$$

$$t_{II} = \frac{T_{II}}{W_{r_1}} = \frac{T_{II}}{0,2d_1^3} = \frac{2,5 \times 10^6}{0,2 \times 75^3} = 29,6 \text{ Н/мм}^2,$$

$$t_{III} = \frac{T_{III}}{W_{r_2}} = \frac{T_{III}}{0,2d_2^3} = \frac{5,5 \times 10^6}{0,2 \times 80^3} = 53,7 \text{ Н/мм}^2,$$

$$t_{IV} = \frac{T_{IV}}{W_{r_2}} = \frac{T_{IV}}{0,2d_2^3} = \frac{-2 \times 10^6}{0,2 \times 80^3} = -19,5 \text{ Н/мм}^2.$$

Строим эпюру действительных напряжений кручения (см. рисунок КР в).

4) Определяем полные углы поворота сечений вала по его длине:

$$j = \frac{T_k l}{G J_p},$$

где l – длина рассматриваемого участка вала,

J_p – полярный момент инерции сечения.

Для круглого сечения $J_p = 0,1 d^4$.

Для диаметра $d_1 = 75 \text{ мм}$, $J_{p1} = 0,1 \cdot 75^4 = 3,2 \cdot 10^6 \text{ мм}^4$.

Для диаметра $d_2 = 80 \text{ мм}$, $J_{p2} = 0,1 \cdot 80^4 = 4,1 \cdot 10^6 \text{ мм}^4$.

Угол поворота сечения $A-A$, в котором вал закреплён неподвижно, равен нулю, т.е. $j_{A-A} = 0$.

Угол поворота сечения $B-B$:

$$j_{BA} = j_{A-A} + \frac{T_{IV} a}{G J_{p2}} = 0 + \frac{-2 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 4,1 \cdot 10^6} = -0,9 \cdot 10^{-2} \text{ рад.}$$

Угол поворота сечения $C-C$ состоит из суммы углов поворота сечения $B-B$ и угла поворота сечения $C-C$ по отношению к сечению $B-B$.

$$j_{CA} = j_{BA} + j_{CB} = j_{BA} + \frac{T_{III} b}{G J_{p2}} = -0,9 \cdot 10^{-2} + \frac{5,5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 4,1 \cdot 10^6} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ рад.}$$

Аналогично определяем углы поворота сечений $D-D$ и $E-E$:

$$j_{DA} = j_{CA} + j_{DC} = j_{CA} + \frac{T_{II} c}{G J_{p1}} = 2,5 \cdot 10^{-2} + \frac{2,5 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 3,2 \cdot 10^6} = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ рад,}$$

$$j_{EA} = j_{DA} + j_{ED} = j_{DA} + \frac{T_I a}{G J_{p1}} = 3,5 \cdot 10^{-2} + \frac{4,5 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 3,2 \cdot 10^6} = 6,2 \cdot 10^{-2} \text{ рад.}$$

Строим эпюру углов поворота сечений по длине вала (см. рисунок КР 2).

Задача И

Дано: $a = 1 \text{ м}$, $b = 2,5 \text{ м}$, $c = 1,5 \text{ м}$, $d = 2 \text{ м}$, $m = 6 \text{ кН м}$, $F = 10 \text{ кН}$, $q = 6 \text{ кН/м}$, $[s] = 160 \text{ Н/мм}^2$.

Требуется: для заданной схемы балки (см. рисунок И а) написать выражения поперечной силы Q и изгибающего момента M_u для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и M_u , найти M_{max} и подобрать стальную балку двутаврового поперечного сечения.

Решение. Определяем реакции в опорах A и B . Балка AB (см. рисунок И a) находится в равновесии под действием плоской системы сил, уравнения равновесия для которой имеют вид:

$$\sum m_A(F_i) = 0; \quad (1)$$

$$\sum m_B(F_i) = 0; \quad (2)$$

$$\sum F_i = 0. \quad (3)$$

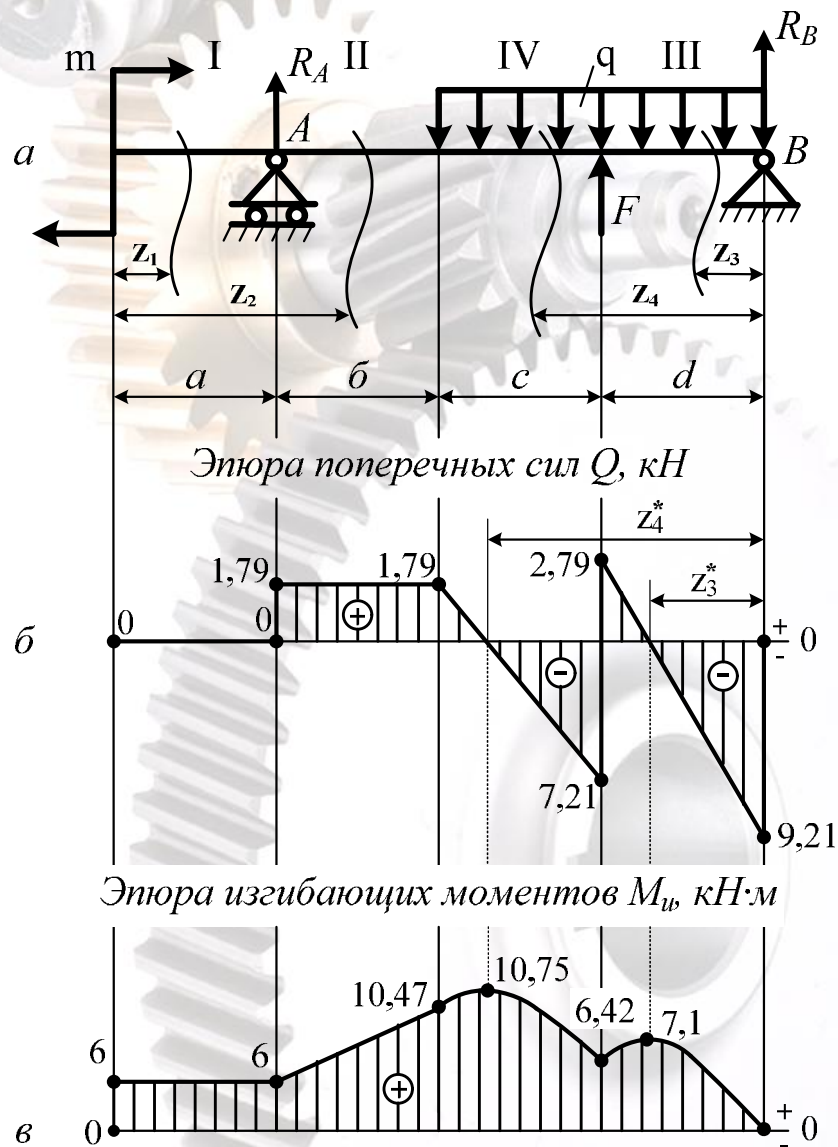


Рисунок И – Схема нагружения балки, эюры поперечных сил и изгибающих моментов балки

Первое и второе из приведенных выше уравнений используем для определения реакций в опорах A и B , третье – для проверки. Если реакции $\bar{R}_A$ и $\bar{R}_B$ определены верно, то третье условие будет выполняться, если нет – нужно проверить расчёты.

$$\sum m_A(F_i) = -m - q(c+d) \times b + \frac{c+d}{2} \times F + F(b+c) + R_B(b+c+d) = 0$$

$$\text{Откуда } R_B = \frac{m + q(c+d) \times b - \frac{c+d}{2} \times F - F(b+c)}{b+c+d} =$$

$$= \frac{6 + 6(1,5+2) \times 2,5 - \frac{1,5+2}{2} \times 10 - 10(2,5+1,5)}{2,5+1,5+2} = 9,21 \text{ кН}$$

$$\sum m_B(F_i) = -m - R_A(b+c+d) + q \frac{(c+d)^2}{2} - F \times d = 0$$

$$R_A = \frac{-m + q \frac{(c+d)^2}{2} - F \times d}{b+c+d} = \frac{-6 + 6 \frac{(1,5+2)^2}{2} - 10 \times 2}{2,5+1,5+2} = 1,79 \text{ кН.}$$

Проверяем, правильно ли определены значения реакций в опорах A и B :

$$\sum F_i = R_A - q(c+d) + F + R_B = 0$$

$$\sum F_i = 1,79 - 6(1,5+2) + 10 + 9,21 = 0$$

Обе реакции определены правильно, имеют положительные значения, следовательно, их направление на схеме указано верно (см. рисунок И а).

Пояснения к решению. Для наглядного представления о характере изменения изгибающего момента M_u и поперечной силы Q по длине балки и для нахождения опасных сечений строят эпюры изгибающих моментов и поперечных сил. Для этого разбиваем балку на участки I, II, III, IV и, применяя метод сечений, определяем значения Q и M_u в сечениях балки на каждом участке. **Поперечная сила Q** в поперечном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, действующих по одну сторону от сечения, на плоскость сечения. **Изгибающий момент M_u** в поперечном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих по одну сторону от данного сечения, вычисленных относительно центра тяжести этого сечения.

При составлении выражений Q и M_u используем соответствующие правила знаков.

Поперечная сила в сечении балки считается *положительной*, если равнодействующая внешних сил слева от сечения направлена снизу вверх, а справа – сверху вниз, и *отрицательной* – в противоположном случае.



Изгибающий момент в сечении балки считается *положительным*, если равнодействующий момент внешних сил слева от сечения направлен по часовой стрелке, а справа – против часовой стрелки, и *отрицательным* – в противоположном случае.



Можно применять другое, более удобное для запоминания правило знаков при определении изгибающего момента. *Изгибающий момент считается положительным, если в рассматриваемом сечении балка изгибается выпуклостью вниз, и отрицательным – если балка изгибается выпуклостью вверх.*

Изгибающие моменты в сечениях с абсциссами z_1 и z_2 определяем как сумму моментов левых от сечений сил (см. рисунок И а).

Участок I $0 \leq z_1 \leq a$

$$Q_I = 0;$$

$$M_I = m = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок II $a \leq z_2 \leq a + b$

$$Q_{II} = R_A = 1,79 \text{ кН};$$

$$M_{II} = m + R_A(z_2 - a).$$

При $z_2 = a$

$$M_{II} = m + R_A(a - a) = 6 + 1,79(1 - 1) = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

При $z_2 = (a + b)$

$$M_{II} = m + R_A(a + b - a) = 6 + 1,79(1 + 2,5 - 1) = 10,47 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

При определении внутренних сил на участках III и IV рассматриваем равновесие правых от сечений частей балки, так как справа от указанных сечений внешних сил меньше, чем слева. Поэтому проще вычислить значения изгибающих моментов на этих участках как сумму моментов правых сил. Положение сечений на этих участках определяется абсциссами z_3 и z_4 (см. рисунок И а).

Участок III $0 \leq z_3 \leq d$

$$Q_{III} = -R_B + qz_3;$$

$$M_{III} = R_B z_3 - q \cdot \frac{z_3^2}{2}.$$

При $z_3 = 0$

$$Q_{III} = -R_B + q \cdot 0 = -9,21 \text{ кН}$$

$$M_{III} = R_B \cdot 0 - q \cdot \frac{0^2}{2} = 0$$

При $z_3 = d$

$$Q_{III} = -R_B + qd = -9,21 + 6 \cdot 2 = 2,79 \text{ кН}$$

$$M_{III} = R_B \cdot d - q \cdot \frac{d^2}{2} = 9,21 \cdot 2 - 6 \cdot \frac{2^2}{2} = 6,42 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Участок IV $d \leq z_4 \leq c + d$

$$Q_{IV} = -R_B - F + qz_4;$$

$$M_{IV} = R_B z_4 - q \cdot \frac{z_4^2}{2} + F(z_4 - d).$$

При $z_4 = d$

$$Q_{IV} = R_B - F + qd = -9,21 - 10 + 6 \cdot 2 = -7,21 \text{ кН}$$

$$M_{IV} = R_B d - q \cdot \frac{d^2}{2} + F(d - d) = 9,21 \cdot 2 - 6 \cdot \frac{2^2}{2} + 10 \cdot (2 - 2) = 6,42 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

При $z_4 = (d + c)$

$$Q_{IV} = - R_B - F + q(d + c) = - 9,21 - 10 + 6(2 + 1,5) = 1,79 \text{ кН}$$

$$M_{IV} = R_B(d + c) - q \cdot \frac{(d + c)^2}{2} + F(d + c - d) = 9,21(2 + 1,5) - 6 \cdot \frac{(2 + 1,5)^2}{2} \cdot 2 + 10(2 + 1,5 - 2) = 10,47 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (см. рисунок И, б и в).

На участках III и IV, где эпюра Q меняет знак с плюса на минус, определяем значения координат z_3^* и z_4^* точек пересечения эпюры Q с нулевой линией. В этих сечениях поперечные силы Q_{III} и Q_{IV} равны нулю, а изгибающие моменты имеют экстремальное значение. Определим их и покажем на схеме (см. рисунок И б и в).

$$Q_{III} = - R_B + q z_3^* = 0, \text{ откуда } z_3^* = \frac{R_B}{q} = \frac{9,21}{6} = 1,54 \text{ м}.$$

$$Q_{IV} = - R_B - F + q z_4^* = 0, \text{ откуда } z_4^* = \frac{R_B + F}{q} = \frac{9,21 + 10}{6} = 3,2 \text{ м}.$$

При $z_3^* = 1,54 \text{ м}$

$$M_{III} = 9,21 \cdot 1,54 - 6 \cdot \frac{1,54^2}{2} = 7,1 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

При $z_4^* = 3,2 \text{ м}$

$$M_{IV} = 9,21 \cdot 3,2 - 6 \cdot \frac{3,2^2}{2} + 10(3,2 - 2) = 10,75 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

На участках III и IV с распределённой нагрузкой эпюра изгибающих моментов ограничена параболой. При её построении учитываем найденные экстремальные значения изгибающего момента на этих участках. Из эпюры M_u следует, что опасным является сечение, в котором изгибающий момент M_u имеет максимальное значение $M_{max} = 10,75 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Из условия прочности при изгибе определим расчетный осевой момент сопротивления балки

$$W_x^{расч} \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{10,75 \cdot 10^6}{160} = 67,2 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = 67,2 \text{ см}^3.$$

Из таблиц сортамента в соответствии с ГОСТ 8239-89 выбираем двутавр № 14, у которого $W_x = 81,7 \text{ см}^3$.

6 Номера вариантов заданий по разделу «Сопротивление материалов»

Вариант задания	Растяжение и сжатие задача РС		Кручение задача Кр		Изгиб задача И	
	рисунок РС, схема №	таблица РС, вариант №	рисунок Кр, схема №	таблица Кр, вариант №	рисунок И, схема №	таблица И, вариант №
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11	1
12	12	12	12	12	12	2
13	1	13	13	13	13	3
14	2	14	14	14	14	4
15	3	15	15	15	15	5
16	4	16	16	16	16	6
17	5	17	17	1	17	7
18	6	1	18	2	18	8
19	7	2	1	3	1	9
20	8	3	2	4	2	10
21	9	4	3	5	3	1
22	10	5	4	6	4	2
23	11	6	5	7	5	3
24	12	7	6	8	6	4
25	1	8	7	9	7	5
26	2	9	8	10	8	6
27	3	10	9	11	9	7
28	4	11	10	12	10	8
29	5	12	11	13	11	9
30	6	13	12	14	12	10
31	7	14	13	15	13	1
32	8	15	14	16	14	2
33	9	16	15	1	15	3
34	10	17	16	2	16	4
35	11	1	17	3	17	5
36	12	2	18	4	18	6
37	1	3	1	5	17	7
38	2	4	2	6	16	8

Вариант задания	Растяжение и сжатие задача РС		Кручение задача Кр		Изгиб задача И	
	рисунок РС, схема №	таблица РС, вариант №	рисунок Кр, схема №	таблица Кр, вариант №	рисунок И, схема №	таблица И, вариант №
39	3	5	3	7	15	9
40	4	6	4	8	14	10
41	5	7	5	9	13	10
42	6	8	6	10	12	10
43	7	9	7	11	11	2
44	8	10	8	12	10	3
45	9	11	9	13	9	4
46	10	12	10	14	8	5
47	11	13	11	15	7	6
48	12	14	12	16	6	7
49	12	15	13	1	5	8
50	11	16	14	2	4	9
51	10	17	15	3	3	10
52	9	1	16	4	2	9
53	8	2	17	5	1	8
54	7	3	18	6	2	7
55	6	4	1	7	3	6
56	5	3	2	8	4	5
57	6	5	3	4	5	1
58	4	6	4	5	6	2
59	3	7	5	6	7	3
60	2	8	6	9	8	4
61	1	9	7	10	9	5
62	12	10	8	11	10	6
63	11	11	9	12	11	7
64	10	12	10	13	12	8
65	9	13	11	14	13	9
66	8	14	12	15	14	10
67	7	15	13	16	15	1
68	6	16	14	1	16	2
69	5	17	15	2	17	3
70	4	1	16	3	18	4
71	3	2	17	4	1	5
72	2	3	18	5	2	6
73	1	4	1	6	3	7
74	12	5	2	7	4	8
75	11	6	3	8	5	9
76	10	7	4	9	6	10
77	9	8	5	10	7	1
78	10	2	6	11	8	2

Вариант задания	Растяжение и сжатие задача РС		Кручение задача Кр		Изгиб задача И	
	рисунок РС, схема №	таблица РС, вариант №	рисунок Кр, схема №	таблица Кр, вариант №	рисунок И, схема №	таблица И, вариант №
79	11	2	7	12	9	3
80	12	2	8	13	10	4
81	11	2	9	14	11	5
82	10	2	10	15	12	6
83	9	16	11	16	13	7
84	8	16	12	1	14	8
85	7	16	13	2	15	9
86	6	15	14	3	16	10
87	5	15	15	4	17	9
88	4	15	16	5	18	8
89	3	14	17	6	1	7
90	2	14	18	7	2	6
91	1	13	17	8	3	5
92	2	13	16	9	4	4
93	3	12	15	10	5	3
94	4	12	14	11	6	2
95	5	12	15	11	7	10
96	6	12	16	11	8	10
97	7	12	17	11	9	10
98	8	12	18	11	10	10
99	9	12	1	12	11	10
100	11	12	2	12	12	10
101	10	12	3	12	13	10
102	12	12	4	12	14	10
103	1	11	5	12	15	10
104	2	11	6	12	16	10
105	3	11	7	12	17	10
106	4	11	8	12	18	10
107	5	11	9	12	14	9
108	6	11	10	12	1	9
109	7	11	11	12	2	9
110	8	11	12	12	3	9
111	9	11	13	12	4	9
112	10	11	14	12	5	9
113	11	11	15	12	6	9
114	12	11	16	12	7	9
115	1	14	17	12	8	9
116	2	14	18	12	9	9
117	3	14	1	13	10	9
118	4	14	2	13	11	9

Вариант задания	Растяжение и сжатие задача РС		Кручение задача Кр		Изгиб задача И	
	рисунок РС, схема №	таблица РС, вариант №	рисунок Кр, схема №	таблица Кр, вариант №	рисунок И, схема №	таблица И, вариант №
119	5	14	3	13	12	9
120	6	14	4	13	13	9
121	7	14	5	13	14	9
122	8	14	6	13	15	9
123	9	14	7	13	16	9
124	10	14	8	13	17	9
125	11	14	9	13	18	9
126	12	14	10	13	1	10
127	1	15	11	13	2	10
128	2	15	12	13	3	10
129	3	15	13	13	4	10
130	4	15	14	13	5	10
131	5	15	15	13	6	10
132	6	15	16	13	7	10
133	7	15	17	13	8	10
134	8	15	18	13	9	10
135	9	15	1	14	10	10
136	10	16	2	14	11	10
137	11	15	3	14	12	10
138	12	15	4	14	13	10
139	1	17	5	14	14	10
140	2	17	6	14	15	10
141	3	17	7	14	16	10
142	4	17	8	14	17	10
143	5	17	9	14	18	10
144	6	17	10	14	1	3
145	7	17	11	14	2	3
146	8	17	12	14	3	3
147	9	17	13	14	4	3
148	10	17	14	14	5	3
149	11	17	15	14	6	3
150	12	17	16	14	7	3
151	1	4	17	14	8	3
152	2	4	18	14	9	3
153	3	4	1	16	10	3
154	4	4	2	16	11	3
155	5	4	3	16	12	3
156	6	4	4	16	13	3
157	7	4	5	16	14	3

The background of the cover features a detailed illustration of mechanical components. At the top left, a silver-colored bolt with a hexagonal head is shown. Below it, a large gear with many teeth is visible, partially obscured by other elements. In the center, there is a smaller gear with fewer teeth, and a shaft with a keyway is passing through it. The entire scene is rendered in a light, semi-transparent style, allowing the text to be clearly legible over the mechanical drawings.

Учебное издание

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания

Составитель

Харкевич Виталий Геннадьевич

Редактор *А.А. Щербакова*

Технический редактор *Т.В. Багуцкая*

Подписано в печать 04.02.2014. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Ризография.

Усл. печ. л. 2,3. Уч.-изд. л. 2,4.

Тираж 113 экз. Заказ 21.

Учреждение образования

«Могилевский государственный университет продовольствия».

ЛИ № 02330/630 от 31.01.2012 г.

Пр-т Шмидта, 3, 212027, Могилев.

Отпечатано в учреждении образования

«Могилевский государственный университет продовольствия».

Пр-т Шмидта, 3, 212027, Могилев.